



ТРЕНУВАЛЬНЕ ТЕСТУВАННЯ

Тестові завдання складені за програмою зовнішнього незалежного оцінювання у 2020 році та відповідно до технічних характеристик тесту з математики Українського центру оцінювання якості освіти.

Укладач Ю.А. Кравченко

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

Зошит

5

Час виконання – 210 хвилин

Робота складається з 34 завдань різних форм. Відповіді на завдання 1–29 Ви маєте позначити в бланку А. Розв'язання завдань 30–34 Ви маєте записати в бланках Б та В. Результат виконання всіх завдань буде використано під час прийому до закладів вищої освіти.

Результати виконання завдань 1–26, 30 і 31 буде зараховано як результат державної підсумкової атестації для випускників, які вивчали математику на рівні стандарту.

Результати виконання всіх завдань буде зараховано як результат державної підсумкової атестації для випускників, які вивчали математику на профільному рівні.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначені перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 23, 24. Для зручності Ви можете їх відокремити, відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей А, Б та В

1. У бланк А записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку А буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 в бланку А неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках :

А	Б	В	Г
■	×	■	■

А	Б	В	Г	Д
■	×	■	■	■
4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–29 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланку А.
5. Виконавши завдання 30, 31 та 32–34 в зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланках Б та В.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку А, та правильного розв'язання завдань 30–34 в бланках Б та В.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 24.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка А так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
				×										

Зичимо Вам успіху!

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0 \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac \text{ - дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \quad \text{якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \text{ для } a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \text{ де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ для } a \neq 0, n \in \mathbb{N}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, b \neq 1, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \log_a b$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n-1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

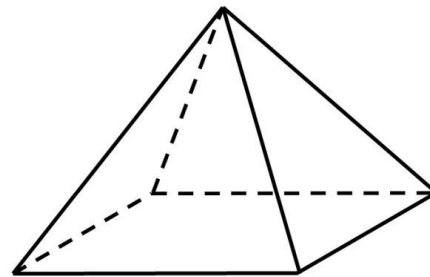
Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

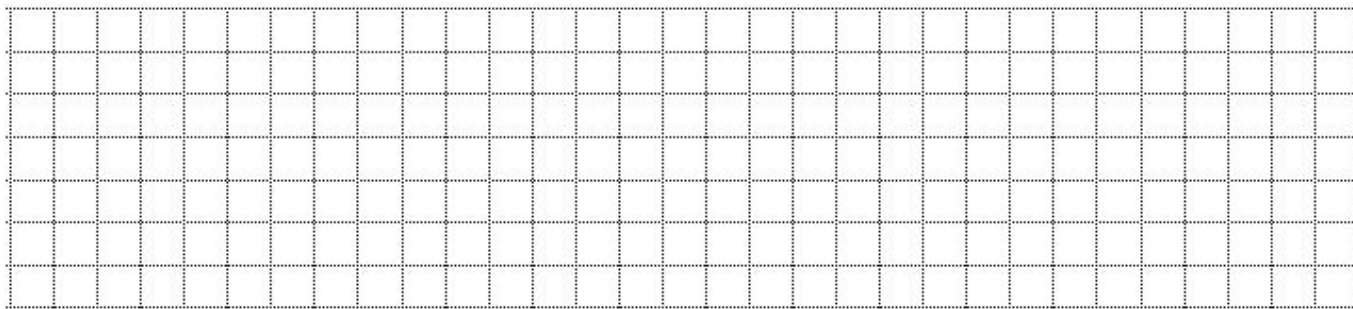
$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

3. На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду. В її основі лежить

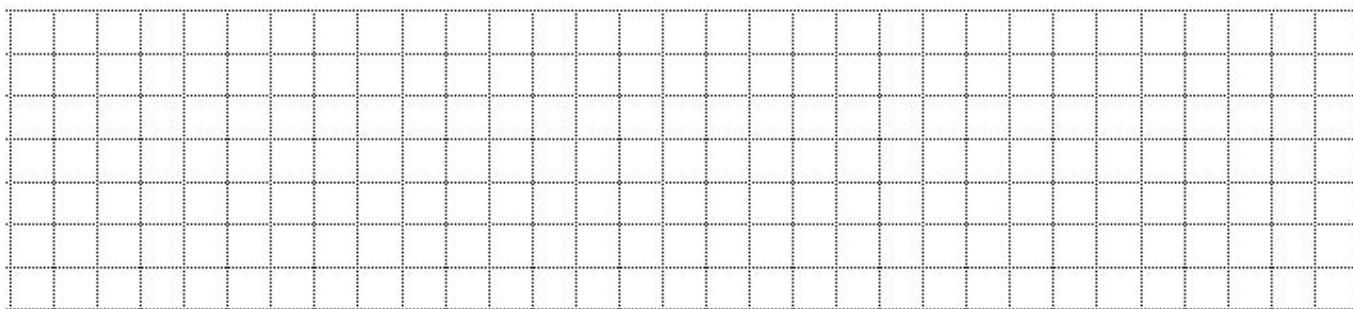


- А правильний трикутник
- Б ромб з гострим кутом
- В квадрат
- Г паралелограм, що не є прямокутником

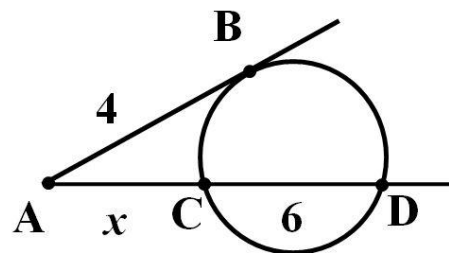


4. Знайдіть суму коренів рівняння $2x^2 + 5x - 1 = 0$

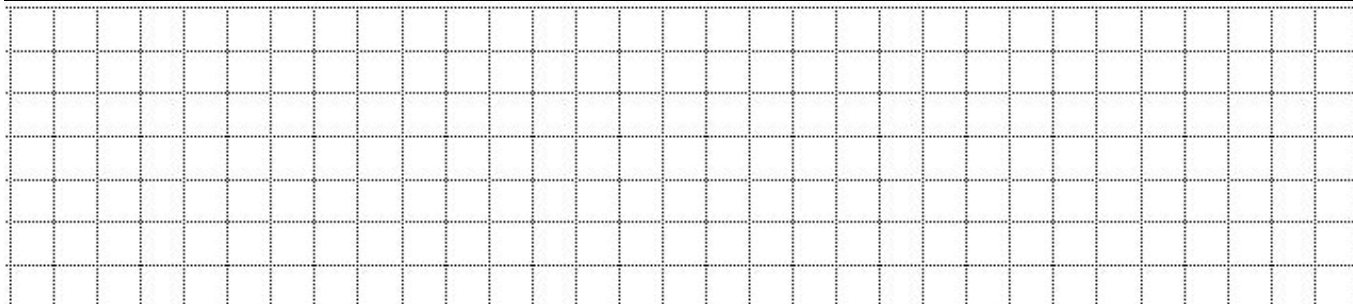
А	Б	В	Г
2,5	0,5	-2,5	-0,5



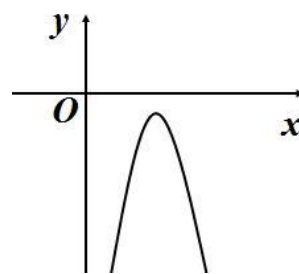
5. На рисунку із точки A до кола проведено дотичну AB і січну AD так, що $AB=4$, $CD=6$. Обчисліть довжину відрізка AC .



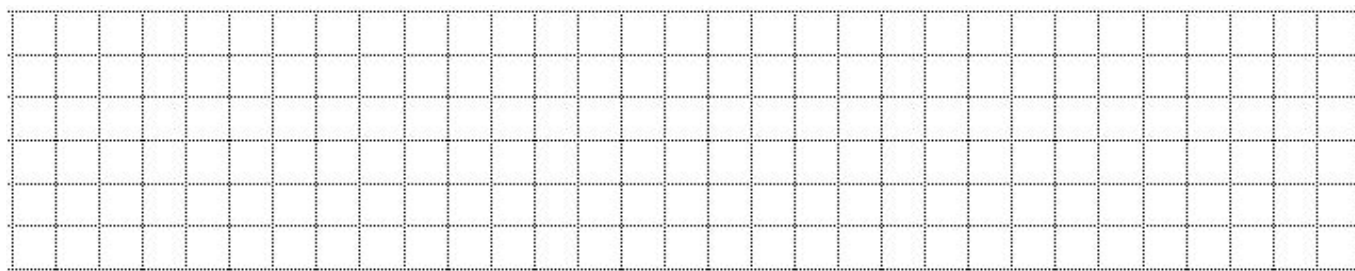
А	Б	В	Г	Д
1	4	8	2	$\frac{8}{3}$



12. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Серед наведених нижче графіків укажіть графік функції $y = f'(x)$.

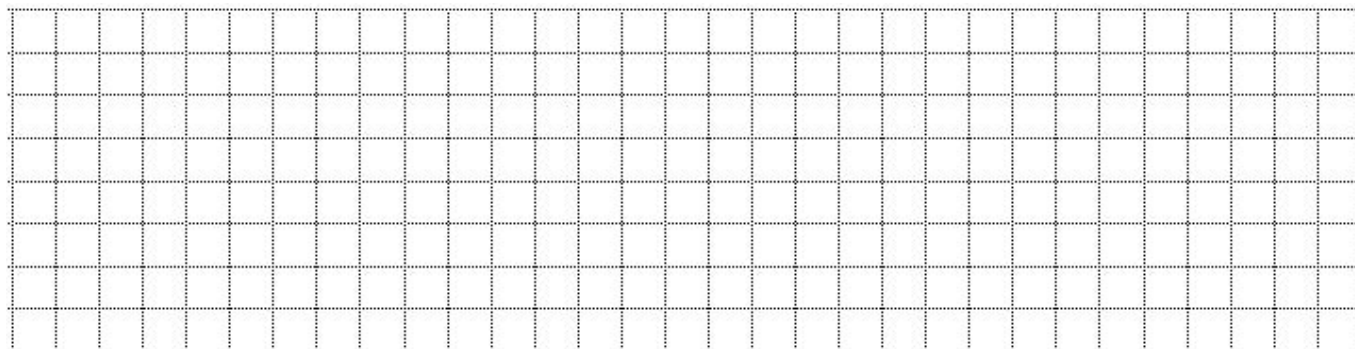


А	Б	В	Г	Д



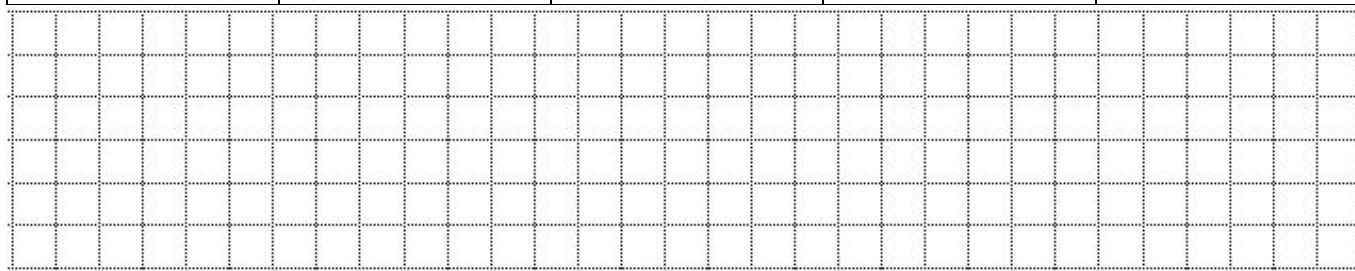
13. Знайти найменше ціле значення змінної x , яке задовольняє умові $3^{-\frac{x}{2}} < \frac{1}{9}$.

А	Б	В	Г	Д
5	3	4	1	6

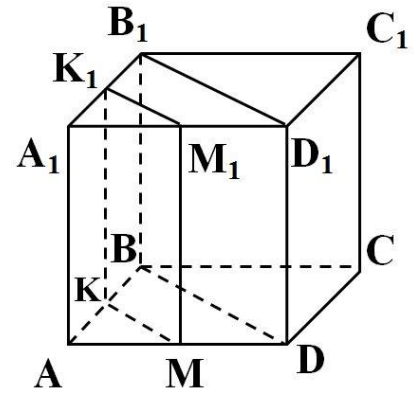


14. Знайдіть $\cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = 0,6$ і $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

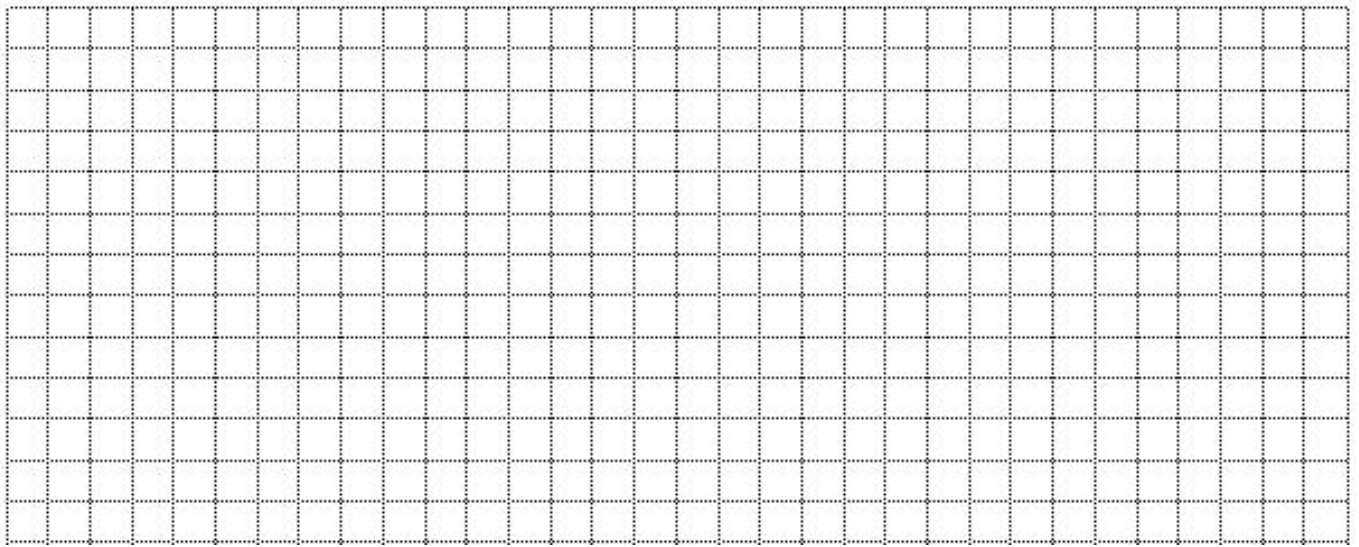
А	Б	В	Г	Д
0,8	$-\sqrt{0,4}$	0,4	-0,8	$\sqrt{0,4}$



15. Знайдіть відстань між площинами BB_1D_1 і KMM_1 , якщо $ABCD A_1B_1C_1D_1$ - куб із ребром 12, KM - середня лінія трикутника ABD (див. рисунок).

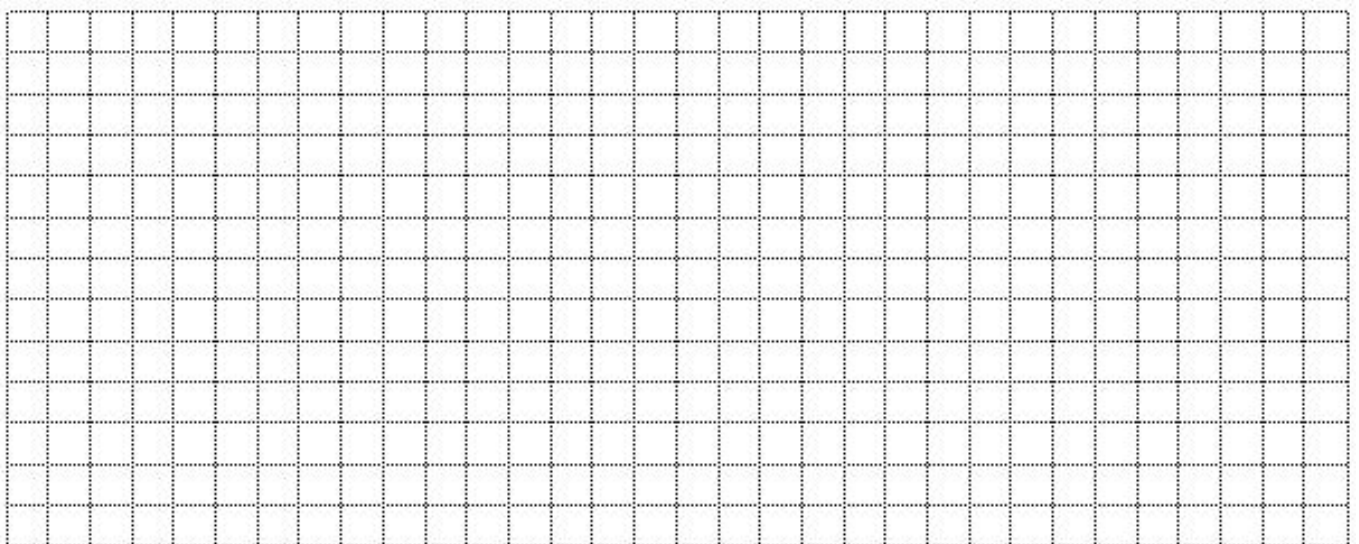


А	Б	В	Г	Д
$6\sqrt{3}$	$3\sqrt{2}$	3	$2\sqrt{2}$	2



16. Кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини тупого кута становить 60° . Діагональ BD поділяє кут ADC навпіл. Обчислити периметр трикутника ABD , якщо BC дорівнює 12 см.

А	Б	В	Г	Д
24 см	32 см	30 см	36 см	48 см



У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види вашого запису в бланку А комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення бланку А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису
відповідей

17. Для кожної з функцій (1-3) доберіть правильне твердження (А-Д).

Функція:

1 $y = |-x + 1|$

2 $y = \sqrt{x} + 1$

3 $y = \ln(x + 1)$

Твердження:

А Функція зростає на проміжку $(-1; +\infty)$

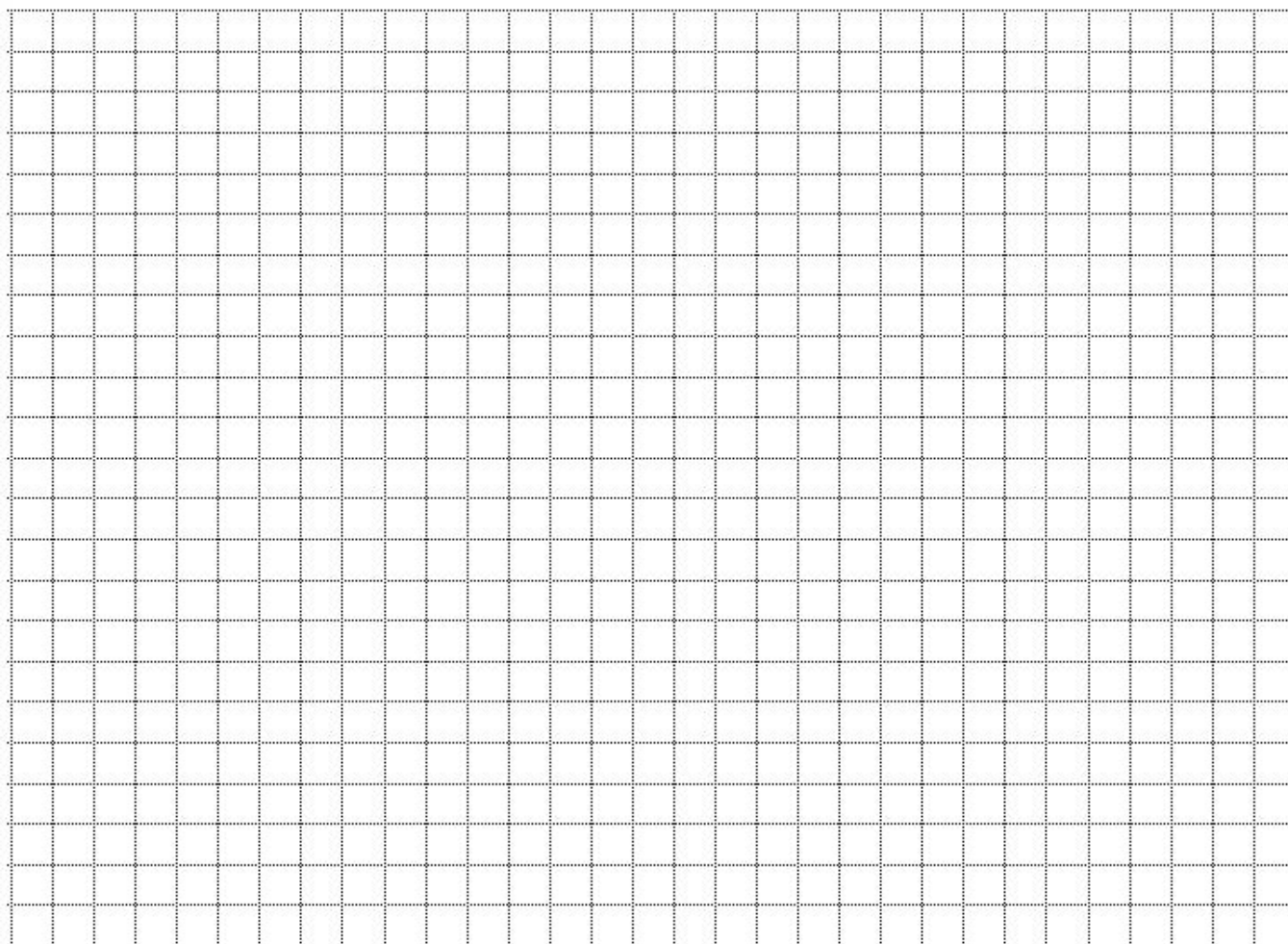
Б Графік функції не перетинає вісь x

В Функція є парною

Г Графік функції проходить через $m(1; 0)$

Д Графік функції не має спільних точок з графіком функції $y = e^x - 1$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



18. Установіть відповідність між виразом (1-3) та тотожно рівним йому виразом (А-Д), якщо $c > 0, b > 0, c \neq 1, b \neq 1$.

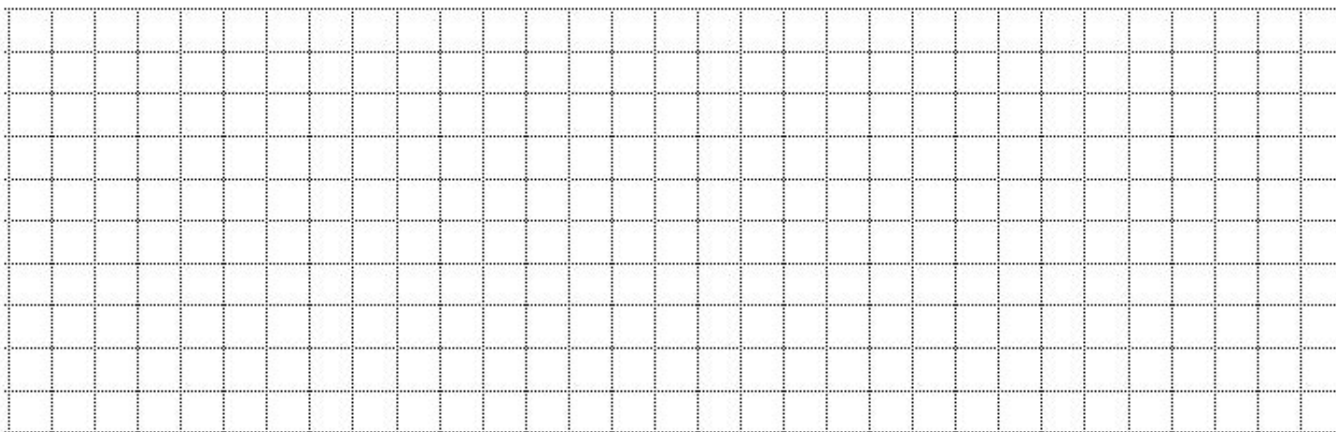
Вираз:

- 1 $\sqrt{b^2 - 2ab + a^2}$
 2 $\frac{a(b-c) - b(a-c)}{c}$
 3 $\log_c b^a - \frac{a}{\log_b c}$

Тотожно рівний вираз:

- А $b - a$
 Б abc
 В $|b - a|$
 Г 0
 Д $a - b$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



19. Установіть відповідність між початком речення (1-3) та його продовженням (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

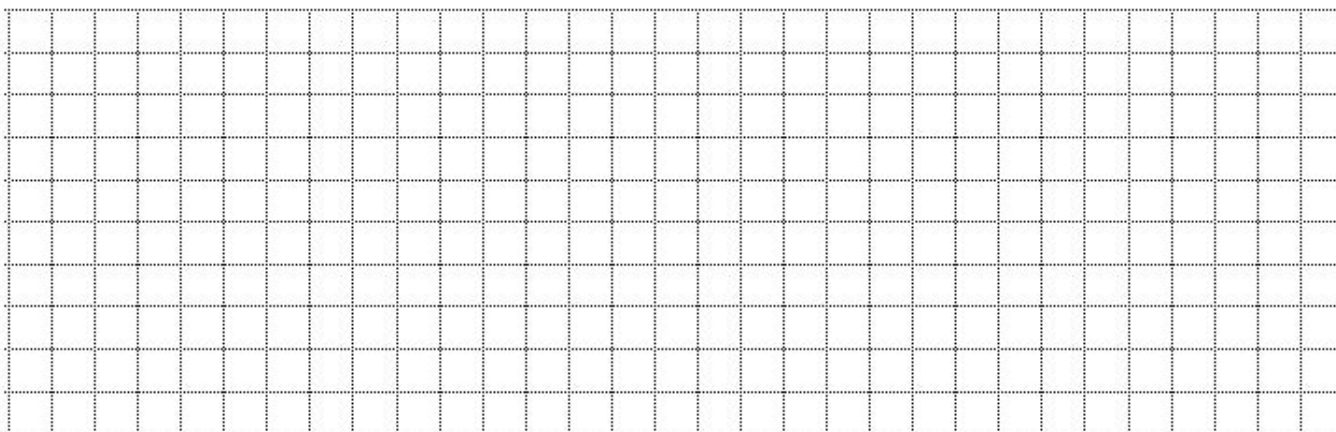
Початок речення:

- 1 Чотирикутник, у якого всі кути рівні – це
 2 Паралелограм, в який можна вписати коло – це
 3 Трапеція, навколо якої можна описати коло – це

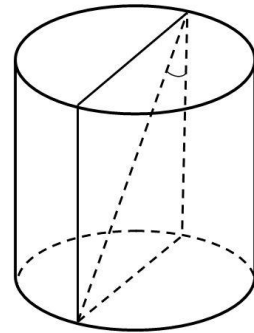
Закінчення речення:

- А рівнобічна трапеція
 Б довільний паралелограм
 В ромб
 Г прямокутна трапеція
 Д прямокутник

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



20. На рисунку зображено циліндр, у якого діагональ осьового перерізу $l=12$ і утворює з твірною кут $\beta = 60^\circ$. До кожного початку речення (1-3) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



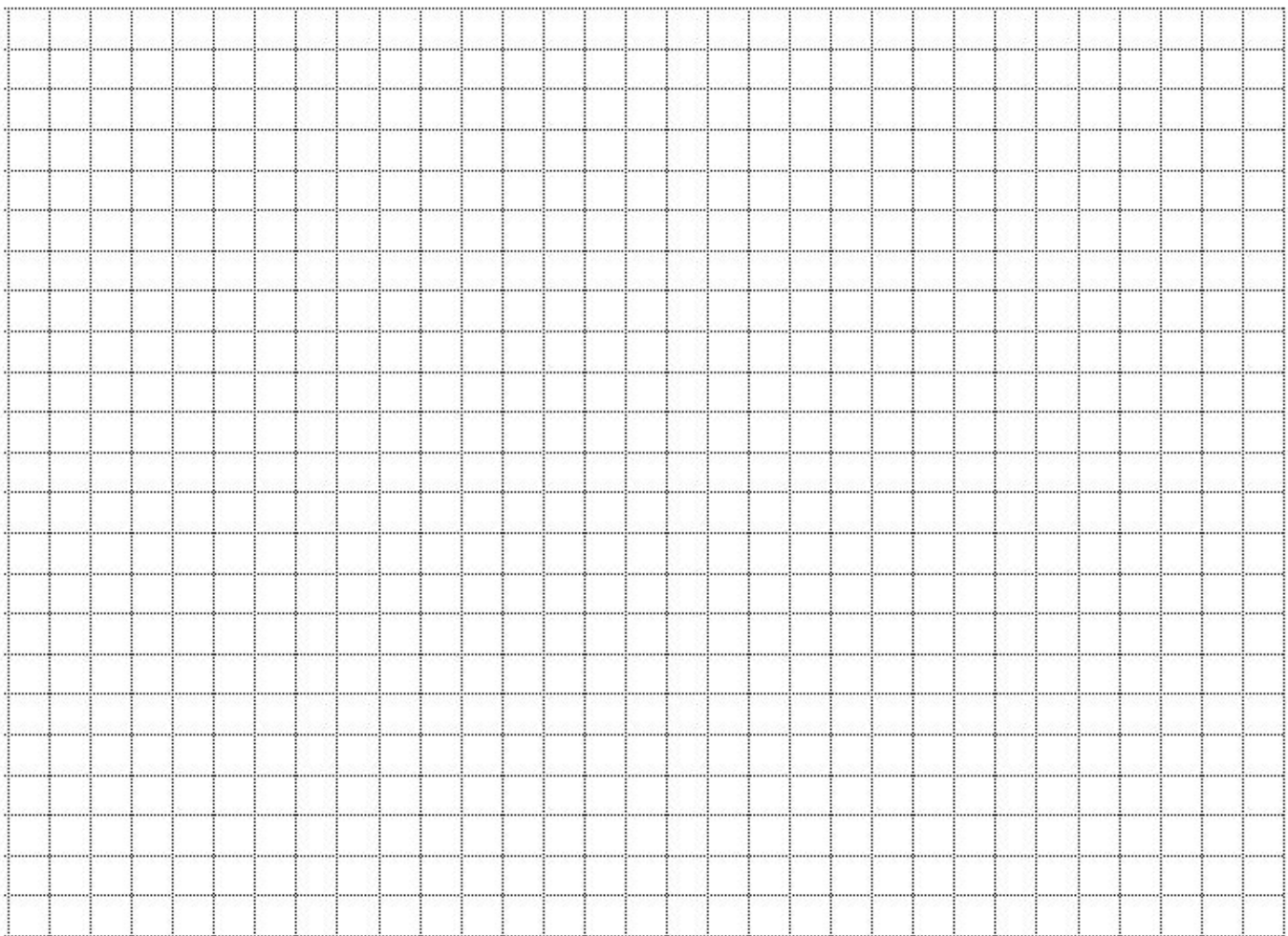
Початок речення:

- 1 Висота циліндра дорівнює
- 2 Площа осьового перерізу циліндра дорівнює
- 3 Відношення площі бічної поверхні циліндра до площі його основи дорівнює

Закінчення речення:

- А $36\sqrt{3}\pi$
- Б 27π
- В 6
- Г $\frac{4}{\sqrt{3}}$
- Д $36\sqrt{3}$

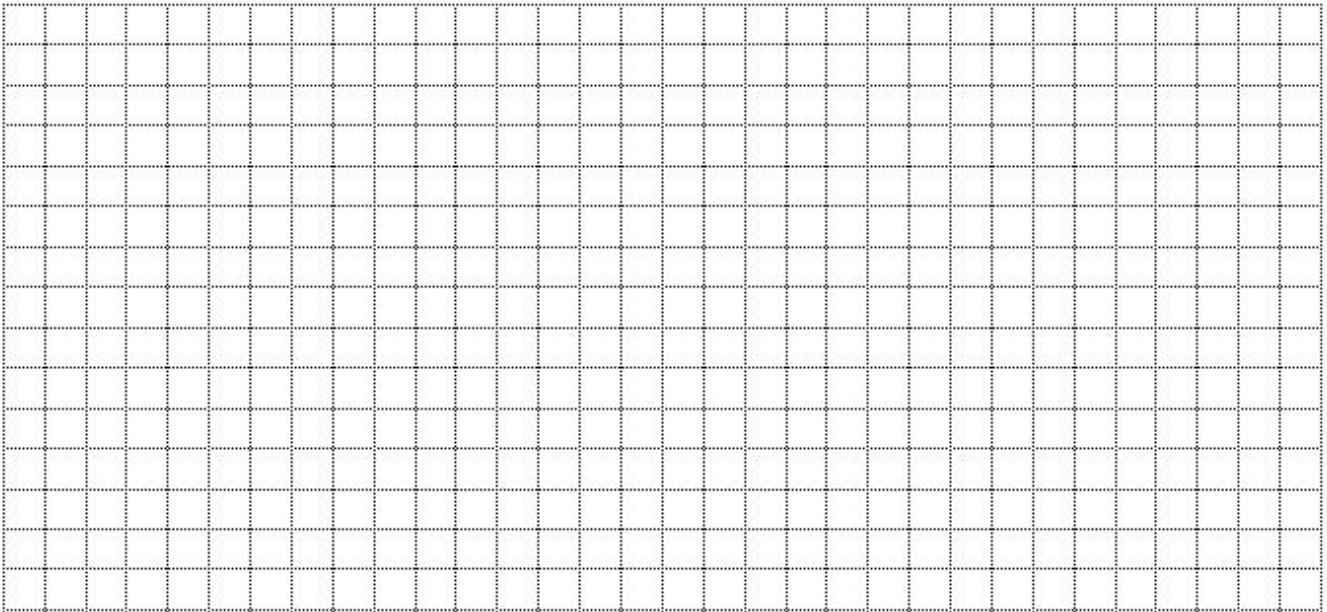
	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



Розв'яжіть завдання 21-29. Одержані числові відповіді запишіть у зошиті та бланку А. Відповідь записуйте лише десятковим дробом, урахувавши положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці відповідно до зразків, наведених в бланку А.

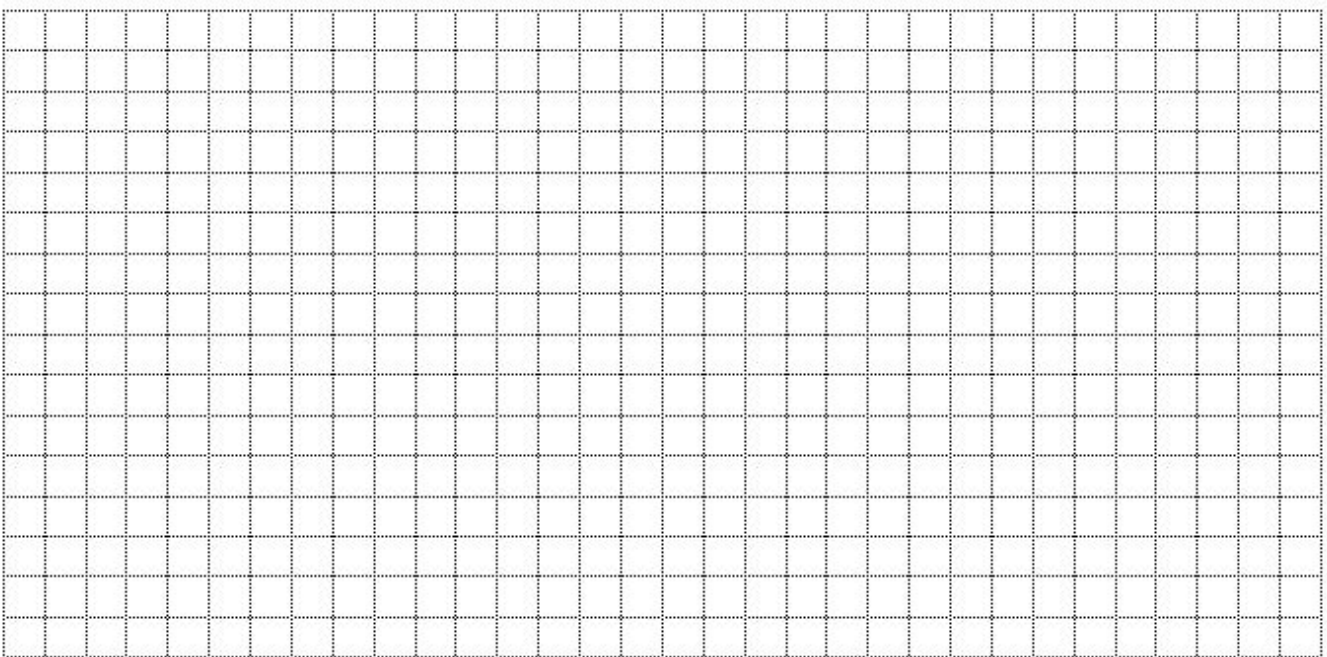
21. На переробку надійшло 144 кг кавових зерен. Після смажіння маса продукту зменшилася на $\frac{1}{5}$ від початкової.

1. Обчислити масу висушеної кави (в кг).



Відповідь: ,

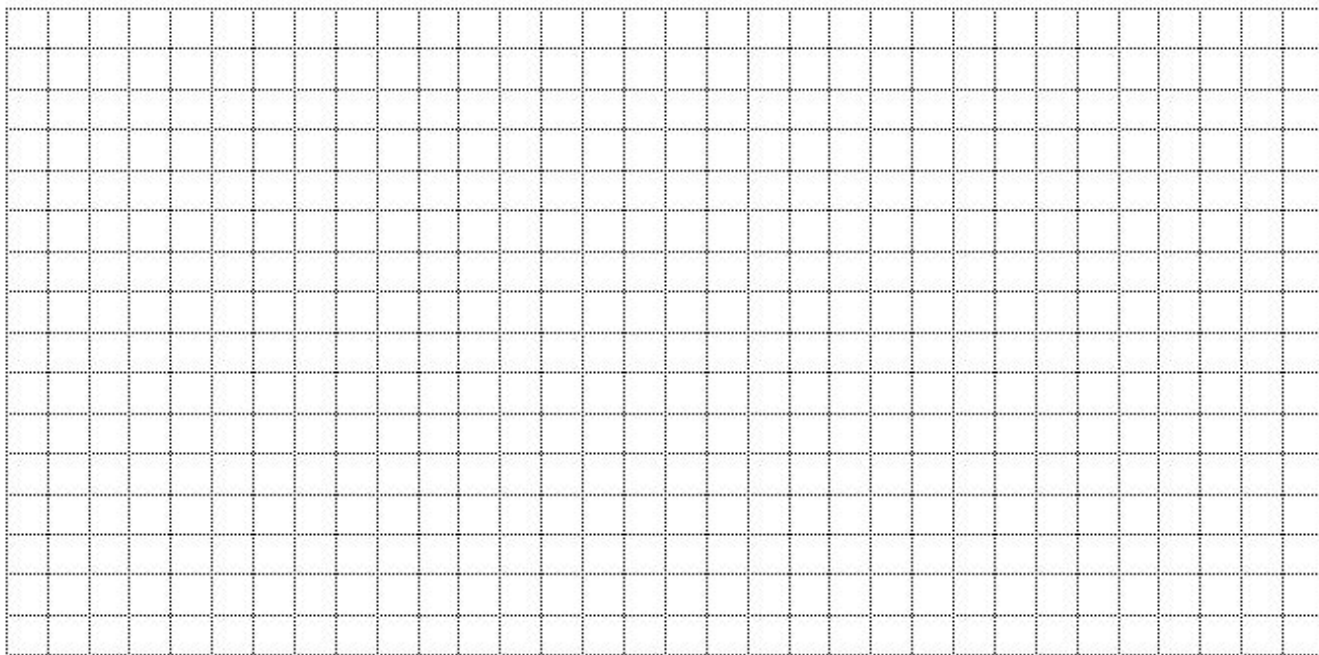
2. Скільки відсотків маса сирі кави складає від маси висушеної?



Відповідь: ,

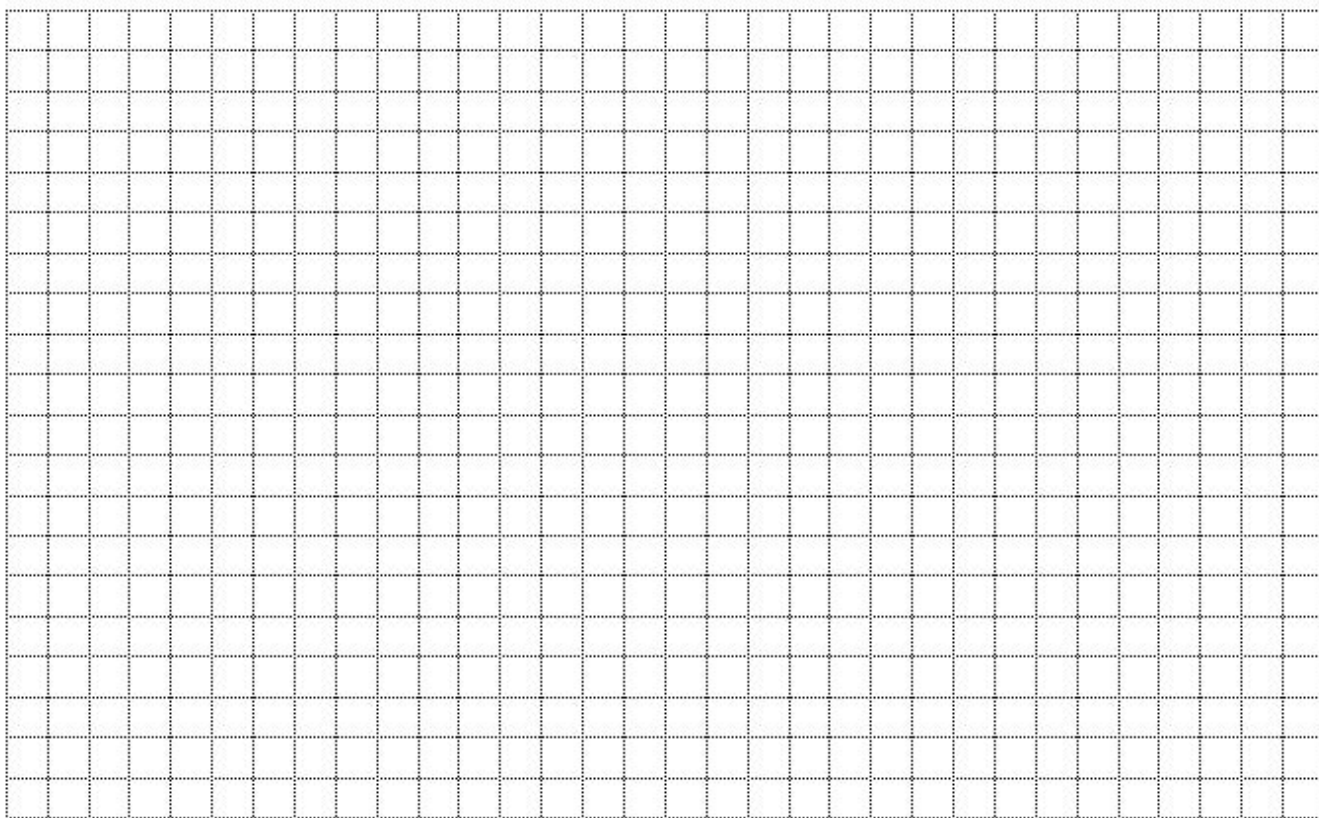
22. Діагональ рівнобічної трапеції перпендикулярна до бічної сторони, яка дорівнює 15 см. Навколо трапеції описано коло радіус якого дорівнює 12,5 см.

1. Визначте висоту трапеції (у см).



Відповідь:

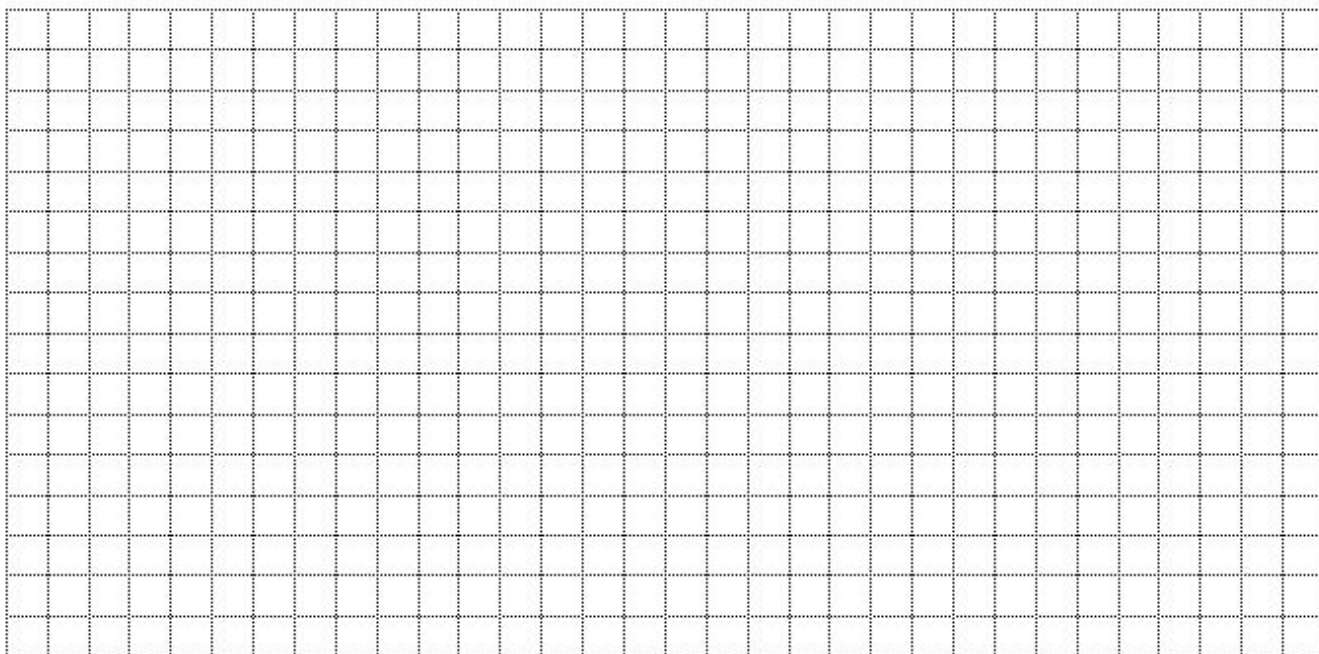
2. Обчисліть площу трапеції (у см²).



Відповідь:

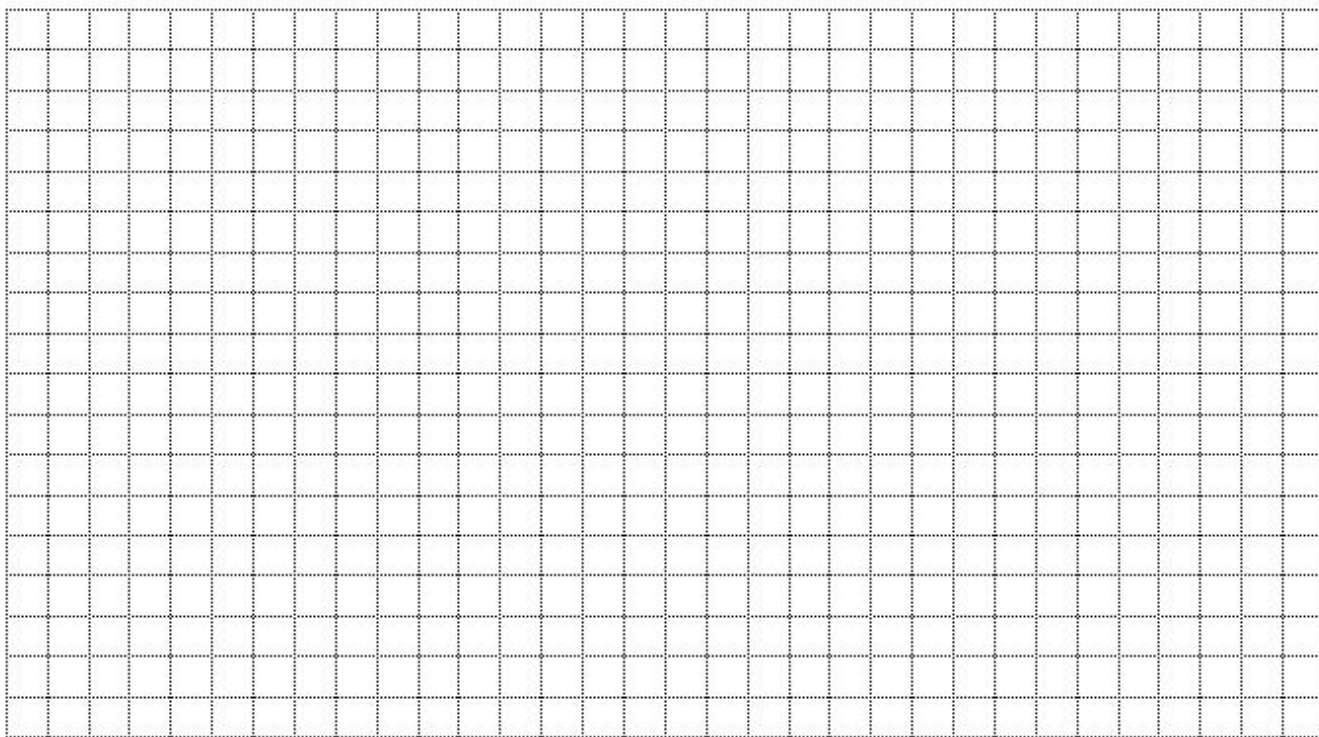
23. В трикутнику ABC , де $A(1; -3; -1)$, $B(4; -2; 1)$, $C(6; -4; -9)$, проведено медіану AM .

1. Знайти аплікату точки M .



Відповідь: ,

2. Знайти довжину медіани AM .



Відповідь: ,

27. Обчисліть значення виразу $\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2} \log_2 \frac{4}{3}$

Відповідь: ,

28. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{x-5} < 2$. У відповідь запишіть суму цілих розв'язків нерівності.

Відповідь: ,

29. У коробці 15 цукерок із чорного шоколаду і деяка кількість цукерок із білого. Відомо, що ймовірність витягнути навмання з коробки цукерку з білого шоколаду менша від $\frac{1}{5}$. Якою найбільшою може бути в коробці кількість цукерок з білого шоколаду?

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 30–31. Запишіть у *бланку Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язування завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

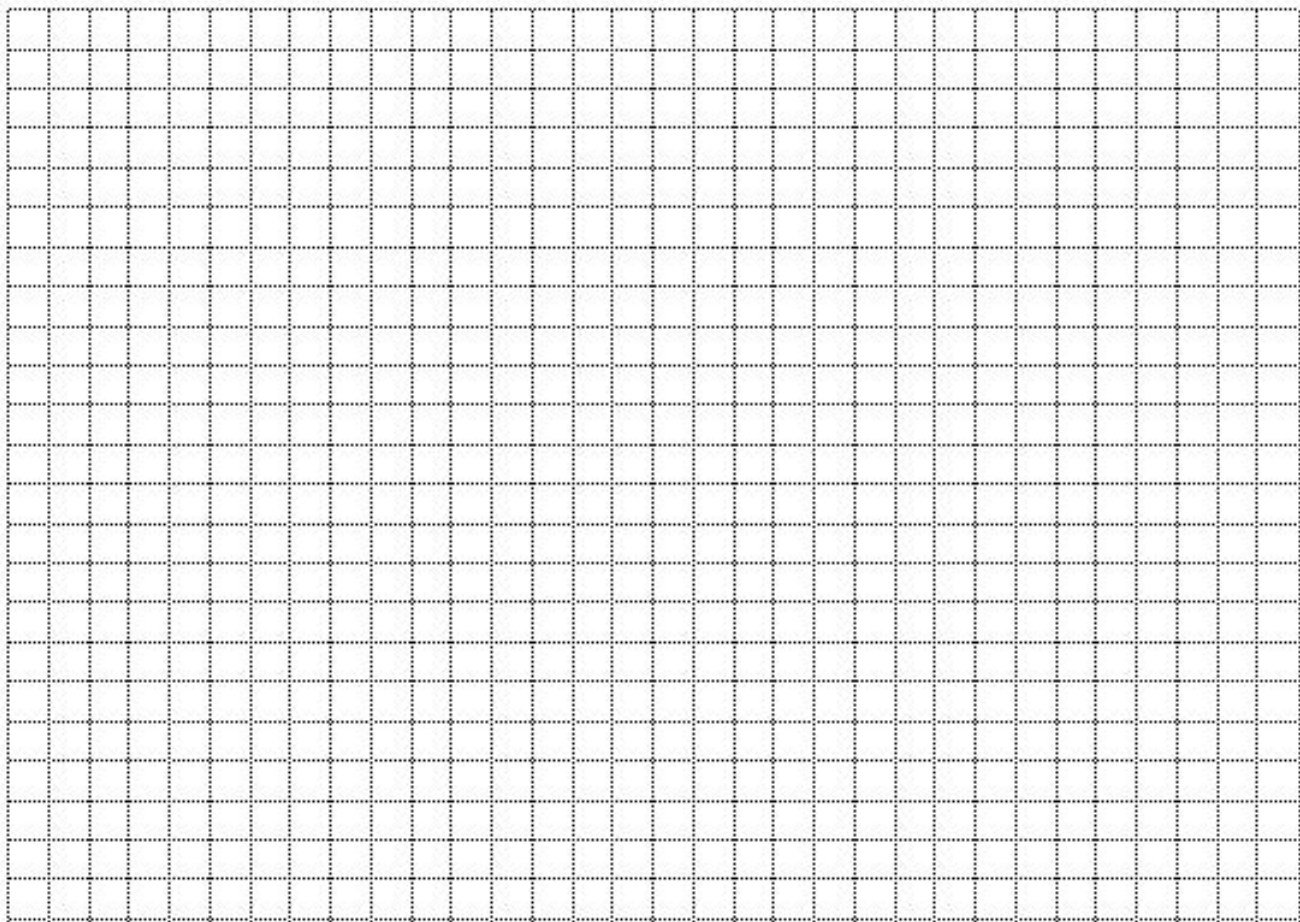
30. Задано функцію $y = -x^2 + 6x$.

1. Знайдіть абсцису вершини заданої функції.
2. Для наведених у таблиці значень x та y визначте відповідні їм значення y та x .

Результати запишіть у таблицю.

x	y
3	
	0
	0
1	
5	

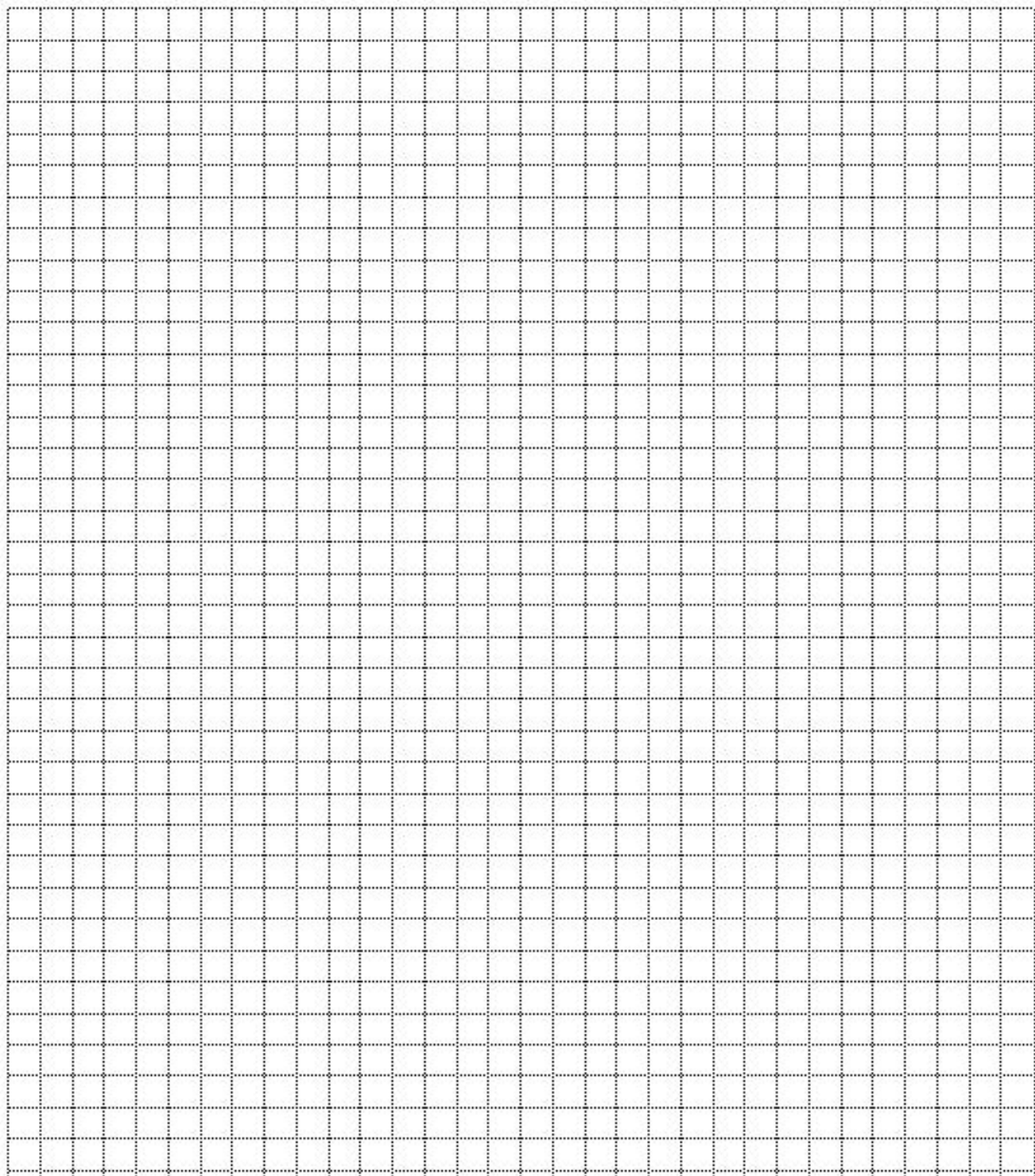
3. Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 6x$.
4. Знайдіть первісну $F(x)$ для функції $f(x) = -x^2 + 6x$.
5. Запишіть загальну формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та віссю Ox .
6. Обчисліть площу S цієї фігури.



Відповідь:

31. Сторона основи правильної трикутної піраміди $SABC$ з вершиною S дорівнює a . Двогранний кут β при ребрі основи дорівнює 45° .

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду $SABC$, позначте лінійний кут β двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди та обґрунтуйте його положення.
2. Визначте довжину бічного ребра піраміди.
3. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

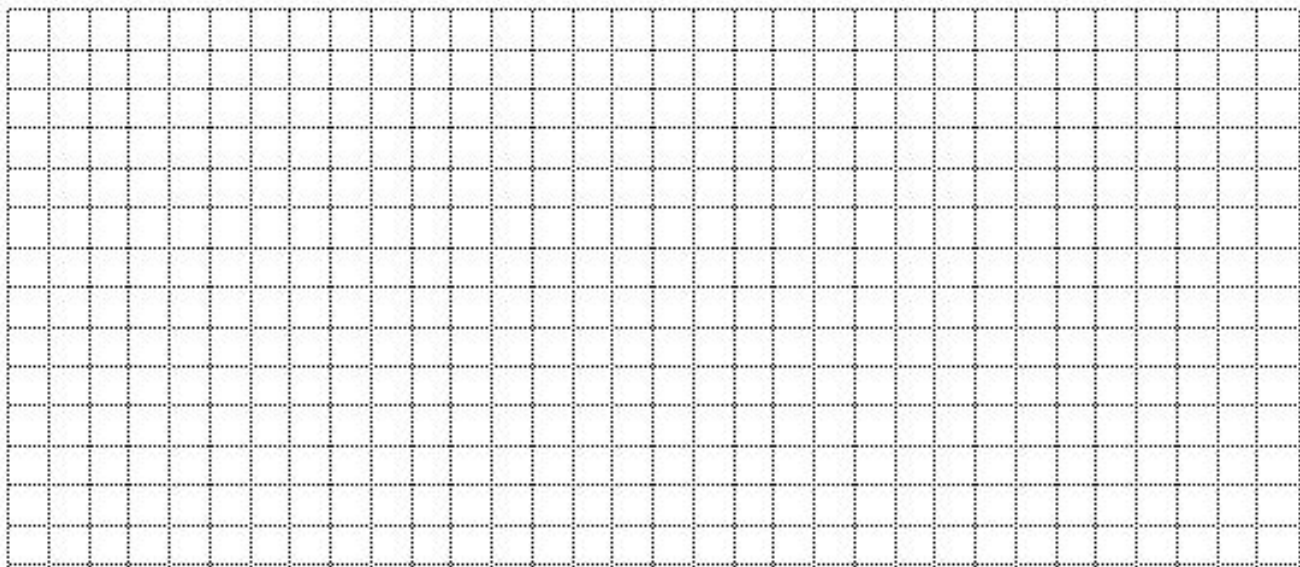


Відповідь:

Розв'яжіть завдання 32–34. Запишіть у *бланку В* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язування завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

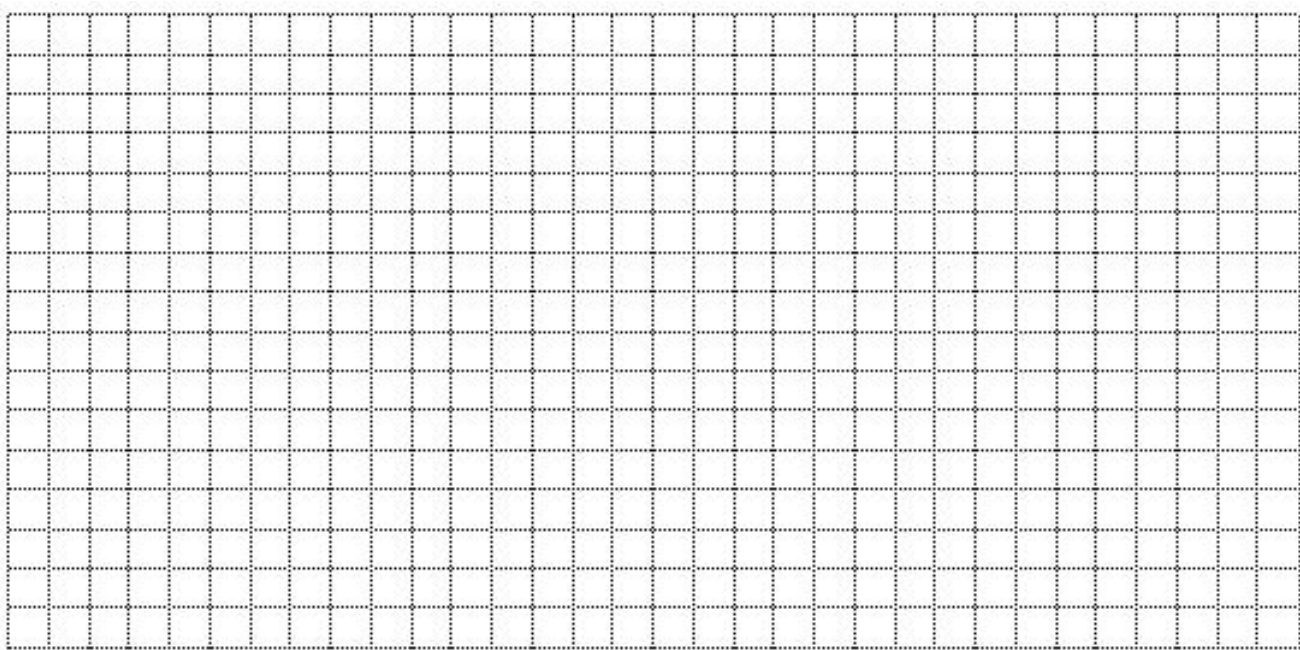
32. Відповідно до умови завдання 31:

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду $SABC$. На грані (SBC) позначте медіану CD та знайдіть її довжину.
2. Покажіть кут між медіаною CD $\triangle SBC$ і площиною (SAB) та знайдіть синус цього кута.



Відповідь:

33. Доведіть, що за умови $4x + 2y = 1$ виконується нерівність $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{20}$

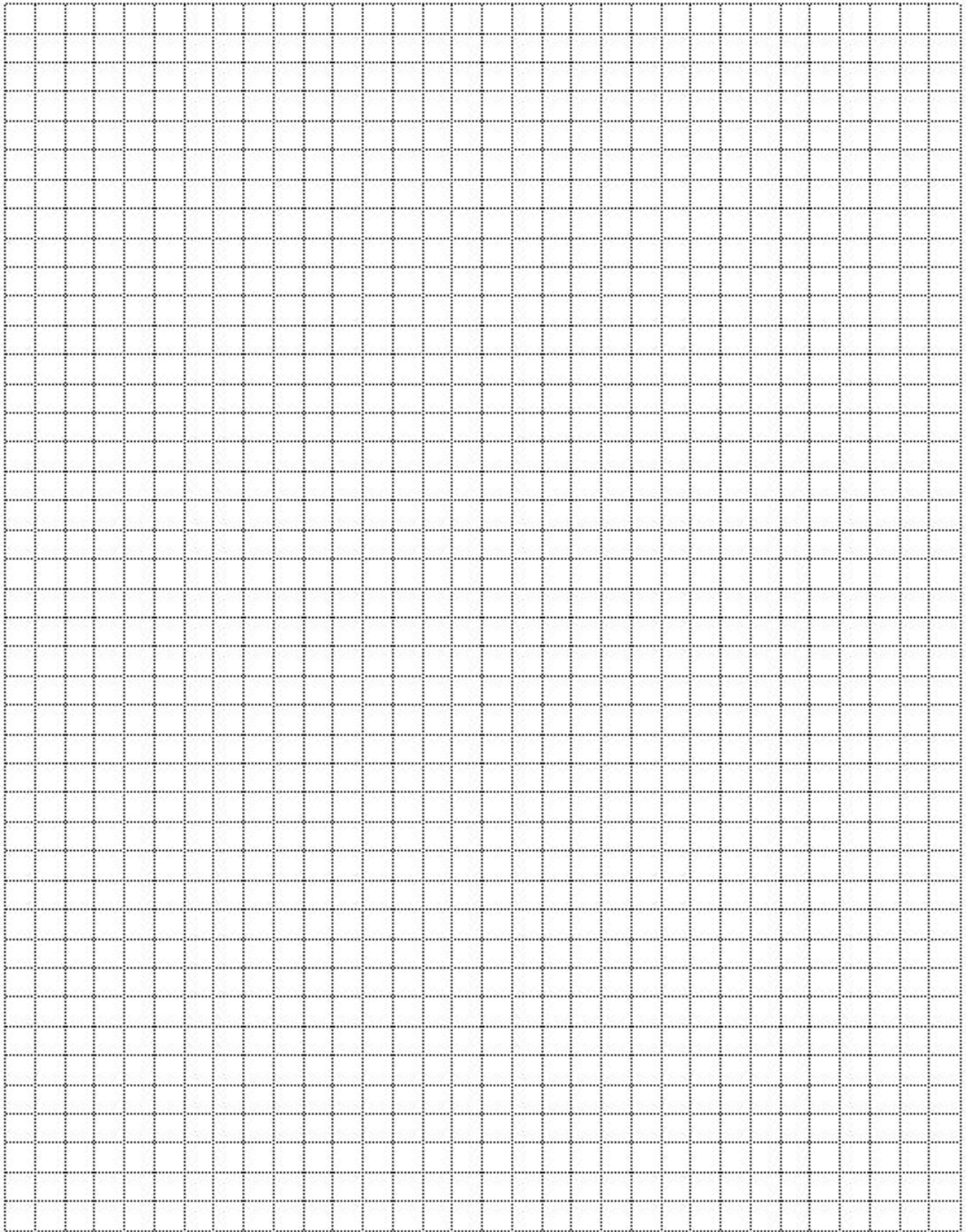


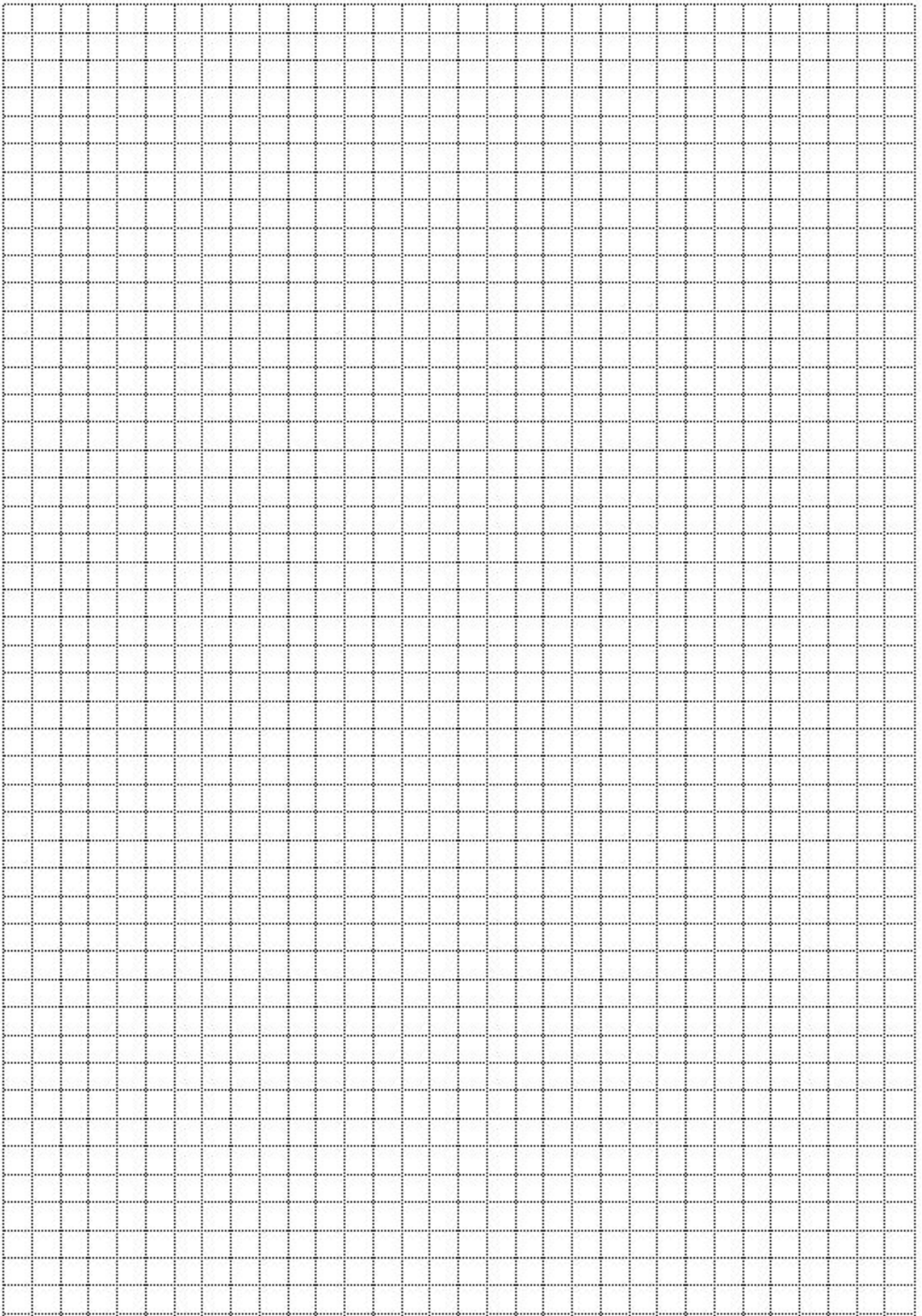
Відповідь:

34. Задано систему
$$\begin{cases} |x+4| < 8 \\ \log_a(ax) \cdot \log_x(ax) = \log_{a^2} \frac{1}{a} \end{cases}$$
, де x – змінна, a – параметр

1. Розв'яжіть нерівність $|x+4| < 8$

2. Розв'яжіть систему залежно від значень параметра a .





Відповідь:

Похідна функції

C, α - сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(tg x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u-v)' = u' - v'$$

$$(Cu)' = Cu'$$

Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$ C – довільна стала
0	C
1	$x + C$
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$tg x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ - формула Ньютона-Лейбніца}$$

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_\alpha \quad \cos \alpha = x_\alpha$$

$$tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$tg(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{tg \alpha}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

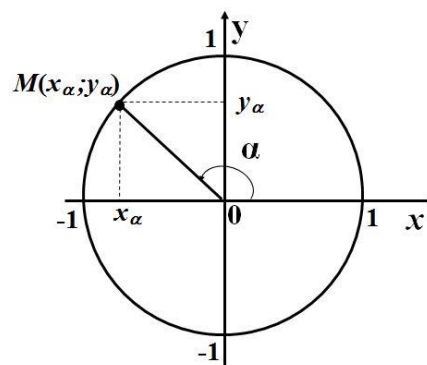
$$1 + tg^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$tg(180^\circ - \alpha) = -tg \alpha$$



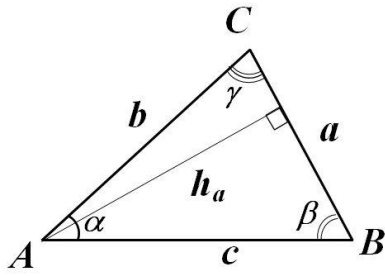
Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

α	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градуси	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$tg \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

ГЕОМЕТРІЯ

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = R$$

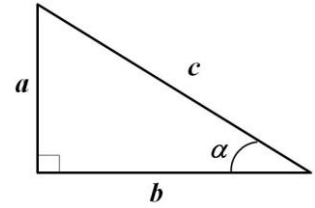
R - радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

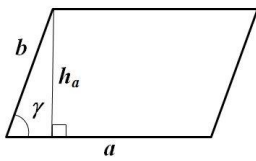
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

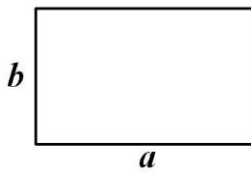
Паралелограм



$$S = ab \cdot \sin \gamma$$

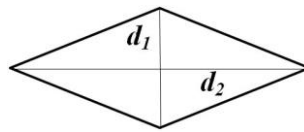
$$S = a \cdot h_a$$

Прямокутник



$$S = a \cdot b$$

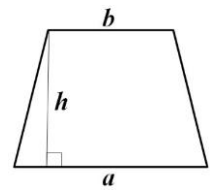
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

d_1, d_2 - діагоналі ромба

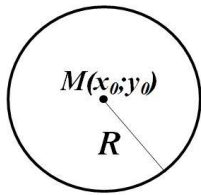
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

a, b - основи трапеції

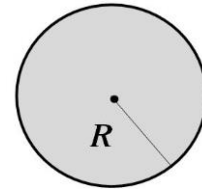
Коло



$$l = 2\pi R$$

$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = R^2$$

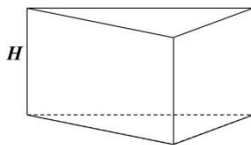
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

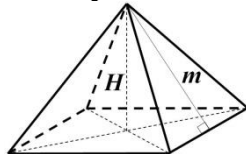
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

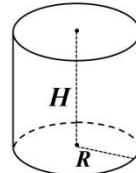
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{б}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

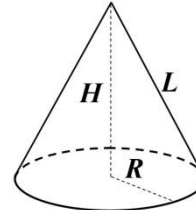
Циліндр



$$V = \pi R^2 \cdot H$$

$$S_{\text{б}} = 2\pi R \cdot H$$

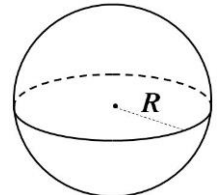
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot H$$

$$S_{\text{б}} = \pi R \cdot L$$

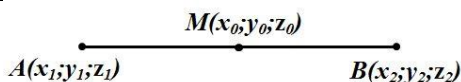
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати вектора



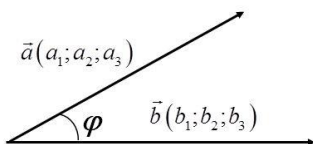
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\vec{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$