Сумський державний університет

Підготовка до ЗНО -2021 з математики Тренувальне тестування

Доповідач:. к. ф.-м.н., ст. викл. к. математичного аналізу і методів оптимізації

Кравченко Юлія Анатоліївна

ХАРАКТЕРИСТИКА СЕРТИКАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Час виконання: 210 *хв.*

Кількість завдань в тесті: 34

завдання 1-34

(профільний рівень)

завдання 1–26, 30, 31

(рівень стандарт)

ФОРМИ ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ

I. Вибір однієї правильної відповіді (1-16)

II. Встановлення відповідності «Логічні пари» (17-20)

III. Завдання відкритої форми з короткою відповіддю (21-29)

- **Структуроване завдання (21-24)**
- **Неструктуроване завдання (25-29)**

IV. Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю (30-34)

Розподіл балів за виконання тестових завдань (max – 67 балів)

I. Вибір однієї правильної відповіді (1-16):
0 або 1 бал
(max–1б./з)
Бланк А

II. Встановлення відповідності «Логічні пари» (17-20)
0, 1, 2 або 3 б.
(max–3б./з)
Бланк А

III. Завдання відкритої форми з короткою відповіддю
Бланк А

Структуроване завдання (21-24)
0, 1 або 2 б.
(max–2 б./завд.)

Неструктуроване завдання (25-29)
0 або 2 б.
(max–2 б./завд.)

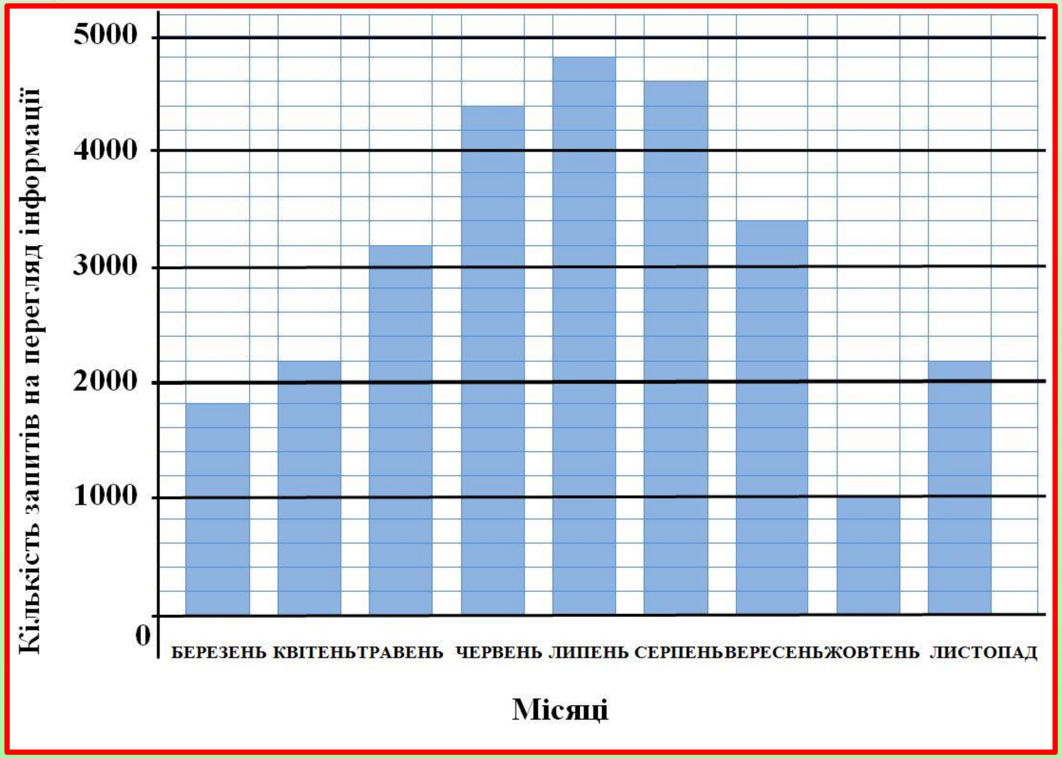
IV. Завдання відкритої форми з розгорнутою відповіддю
Бланки Б, В

Завдання, б
31 – 0, 1, 2,3, 4
32 – 0, 1, 2
33 – 0, 1, 2, 3

Завдання 30 та 34
0, 1, 2, 3, 4, 5 або 6 б.

Бланк А

1). На діаграмі відображено інформацію про число запитів зі словосполученням «туристичні подорожі», які зроблено на деякому пошуковому сайті за всі місяці з березня по листопад 2020 року. Які з наведених тверджень є правильними?



А найбільша кількість запитів на перегляд інформації була в жовтні

Б у квітні запитів на перегляд інформації було на 600 більше, ніж у березні

В у липні було 4700 запитів

Г у травні запитів на перегляд інформації було на 200 менше, ніж у вересні

2). У банкоматі залишилось 3 купюри по 100 грн., а решта - по 50 грн. Клієнт замовив суму у 450 грн. Банкомат видає спочатку усі наявні купюри по 100 грн., а потім купюри по 50 грн. Скільки купюр по 50 грн. видасть банкомат клієнту?

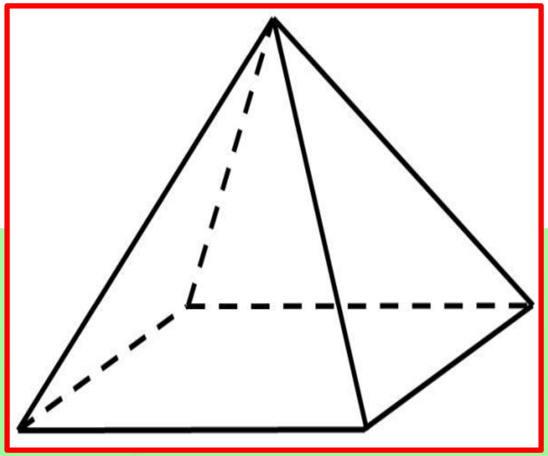
А	**Б**	**В**	**Г**
9	3	8	6

1) $450 - 3 \cdot 100 = 150\,\textit{гр}$

2) $150 : 50 = 3 \quad \textit{купюри}$

3). На рисунку зображено правильну чотирикутну піраміду. В її основі лежить

А правильний трикутник
Б ромб з гострим кутом
В квадрат
Г паралелограм, що не є прямокутником

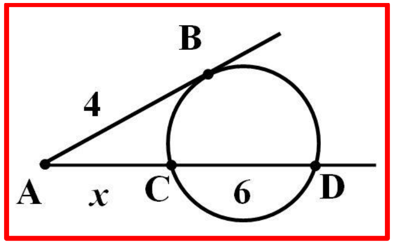


4). . Знайдіть суму коренів рівняння $2x^2+5x-1=0$

А	Б	В	Г
2,5	0,5	-2,5	-0,5

За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{c}{a} \end{cases} \Rightarrow \boxed{x_1+x_2=-\dfrac{5}{2}=-2,5}$

5). На рисунку із точки *А* до кола проведено дотичну *АВ* і січну *AD* так, що *АВ*=4, *CD*=6. Обчисліть довжину відрізка *АС*.



А	Б	В	Г	Д
1	4	8	2	$\frac{8}{3}$

Дано:

$AB=4$

$CD=6$

Нехай $AC=x,$

$x>0$

Тоді $AD=x+6$

Властивість дотичної до кола та січної: :

Якщо через точку А, яка лежить поза лінією кола, провести дотичну АВ і січну AD, то відрізки дотичної і січної зв'язані рівністю: $\boxed{|AB|^2=|AD|\cdot|AC|}$

Тоді:

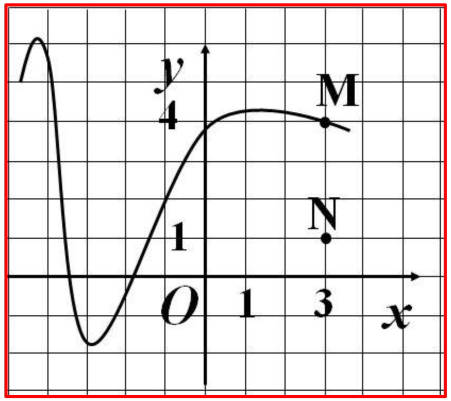
$4^2=(x+6)x$

$16=x^2+6x$

$\Rightarrow x^2+6x-16=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1+x_2=-6 \\ x_1\cdot x_2=-16 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x_1=2}$

$x_2=-8$

6). На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, який проходить через точку $\boxed{M(3;4)}$. При якому значенні a графік функції $\boxed{y = f(x) + a}$ буде проходити через точку $\boxed{N(3;1)}$?



А	Б	В	Г	Д
$a = 3$	$a = -3$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$a = 1$

7). Подайте у вигляді квадрата двочлена вираз $4x^2 + 4x + 1$

А	Б	В	Г	Д
$2(x+1)^2$	$2(x+2)^2$	$(x+2)^2$	$(2x+1)^2$	$(x+4)^2$

$$\boxed{4x^2 + 4x + 1 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 = (2x+1)^2}$$

8). Знайдіть середнє арифметичне найбільшого і найменшого значень функції

$$y = 3 - 4\sin x$$

А	Б	В	Г	Д
3	-7	3,5; -0,5	-4	3,5

1) $y = \sin x$

$-1 \le \sin x \le 1$

2)

$-1 \le \sin x \le 1 \qquad \times(-4)$

$4 \ge -4\sin x \ge -4 \qquad (+3)$

$4 + 3 \ge 3 - 4\sin x \ge 3 - 4$

$7 \ge 3 - 4\sin x \ge -1$

$-1 \le 3 - 4\sin \le 7$

$y_{\text{найменше}} = -1$ $\quad$ $y_{\text{найбільше}} = 7$

3) ***Середнє арифметичне:***

$$\frac{7-1}{2} = 3$$

9). Спростіть вираз $\frac{4a^6}{b^8} : \left(8a^3b^2\right)$ і знайдіть його значення, якщо $a = 2; b = -1$.

А	Б	В	Г	Д
4	2	8	16	-4

$$\frac{4a^6}{b^8} : \left(8a^3b^2\right) = \frac{4a^6}{b^8} \cdot \frac{1}{8a^3b^2} = \frac{a^3}{2b^{10}} = \begin{bmatrix} a = 2 \\ b = -1 \end{bmatrix} = \frac{2^3}{2 \cdot (-1)^{10}} = 4$$

10). Які з наведених тверджень є правильними?

I. Якщо одна з двох площин проходить через пряму, паралельну до іншої площини, то ці площини завжди паралельні.

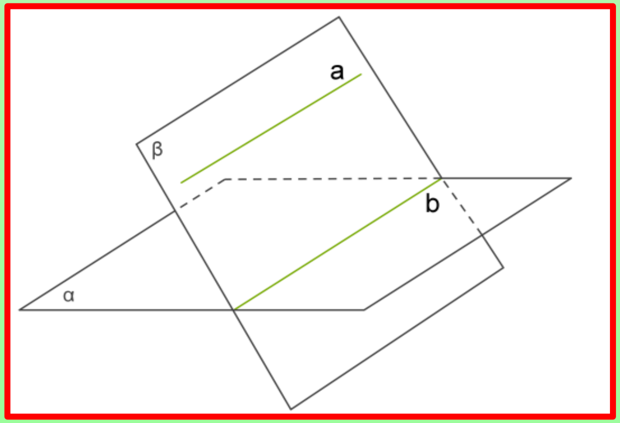
II. Якщо площина проходить через пряму, яка паралельна другій площині, і перетинає цю площину, то пряма перетину паралельна даній прямій.

III. Якщо дві прямі перпендикулярні до однієї і тієї ж самої площини, то дані прямі паралельні.

А	Б	В	Г	Д
Лише III	Лише I і II	Лише I і III	Лише II і III	I, II, III

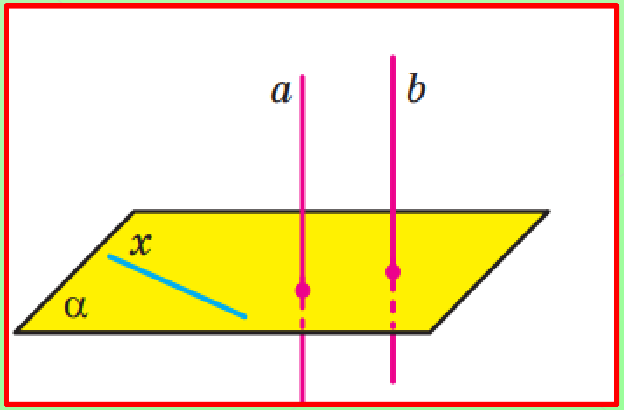
II. Теорема (властивість прямої і площини, які паралельні між собою)

Якщо площина β проходить через дану пряму a, паралельну площині α, і перетинає цю площину по прямій b, то b∥a.



III. Теорема (властивість прямої і площини, які перпендикулярні між собою)

Якщо дві прямі перпендикулярні до однієї і тієї самої площини, то вони паралельні.

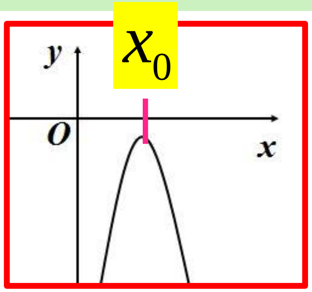


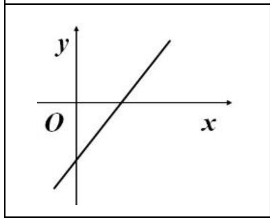
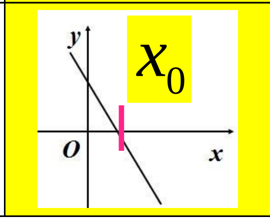
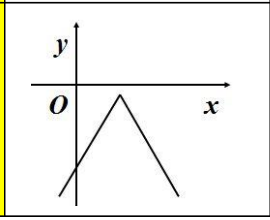
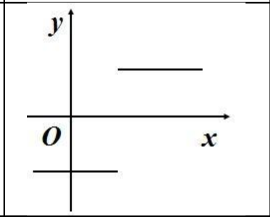
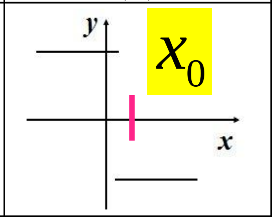
11). Знайдіть координати точки перетину прямих $\boxed{2x+3y=8}$ та $\boxed{3x+2y=7}$. Для одержаного розв'язку $(x_0;y_0)$ обчисліть суму x_0+y_0 і запишіть її у відповідь.

А	Б	В	Г	Д
1	4	3	8	2

$$\begin{cases}2x+3y=8\\3x+2y=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{8-3y}{2}\\3\cdot\dfrac{8-3y}{2}+2y=7\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{8-3y}{2}\\24-9y+4y=14\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\dfrac{8-3y}{2}\\-5y=-10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=4-\dfrac{3}{2}\cdot 2=1\\y=2\end{cases}\Rightarrow(1;2)$$

12). На рисунку зображено графік функції $\boxed{y=f(x)}$. Серед наведених нижче графіків укажіть графік функції $\boxed{y=f'(x)}$.



А	Б	В	Г	Д
				

1).

$$\left.\begin{aligned}y=f(x)\nearrow\ \forall x\in(-\infty;x_0)\Rightarrow f'(x)>0\\y=f(x)\searrow\ \forall x\in(x_0;+\infty)\Rightarrow f'(x)<0\end{aligned}\right\}\Rightarrow\ Б,\ Д$$

2).

$$f'(x_0)=0\ \Rightarrow\ Б$$

13). Знайти найменше ціле значення змінної *x*, яке задовольняє умові $\boxed{3^{-\frac{x}{2}} < \frac{1}{9}}$.

А	Б	В	Г	Д
5	3	4	1	6

$$3^{-\frac{x}{2}} < \frac{1}{9} \Rightarrow 3^{-\frac{x}{2}} < 3^{-2} \Rightarrow -\frac{x}{2} < -2 \Rightarrow x > 4$$

Найменше ціле значення, що задовольняє цю нерівність: x=5

14). Знайдіть $\cos\alpha$, якщо $\sin\alpha = 0,6$ і $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

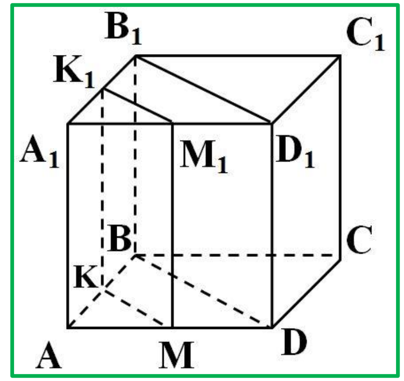
А	Б	В	Г	Д
0,8	$-\sqrt{0,4}$	0,4	-0,8	$\sqrt{0,4}$

1). $\cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

2). ***За умовою, α – кут другої четверті, де cos α<0. Тоді***

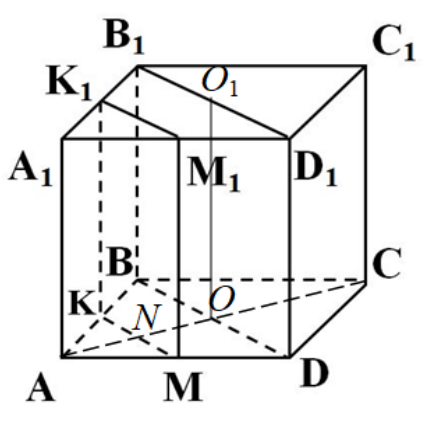
$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-0,6^2} = -0,8$$

15). **1. Знайдіть відстань між площинами BB_1D_1 і KMM_1, якщо $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - куб із ребром 12, KM - середня лінія трикутника ABD (*див. рисунок*).**



А	Б	В	Г	Д
$6\sqrt{3}$	$3\sqrt{2}$	3	$2\sqrt{2}$	2

***Озн.:* Відстань між паралельними площинами дорівнює довжині перпендикуляра, опущеного з будь-якої точки однієї площини на іншу площину.**



1).

1) $BB_1D_1 \parallel KMM_1$

2) Діагональ $AC \perp BB_1D_1$; $AC \perp KMM_1$

Відрізок $NO \in AC$, тоді NO - відстань між площинами.

2). $\Delta ACD - прямокутний, \quad AC = DC\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$

3). ***KM – середня лінія ΔABD, тоді AK=KB, KM//BD***

Розглянемо $\angle BAO$: За т. Фалеса AN=NO $\Rightarrow$

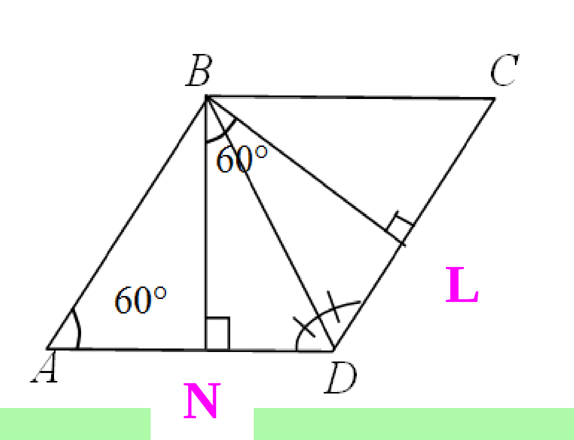
$$NO = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{4}AC = \frac{1}{4}\cdot 12\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

16). Кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини тупого кута В становить 60°. Діагональ *BD* поділяє кут *ADC* навпіл. Обчислити периметр трикутника *ABD*, якщо *BC* дорівнює 12 см.

А	Б	В	Г	Д
24 см	32 см	30 см	36 см	48 см

1). ***Паралелограм, у якого діагоналі є бісектрисами кутів – це ромб, тоді ABCD - ромб***

AB=BC=CD=AD=12 см.



2). $\angle BAD = \angle NBL = 60^\circ$

3). ***Тоді ΔABD –рівнобедрений (AB =AD) з кутом*** 60° ***при вершині, тобто ΔABD - рівносторонній***

$$P_{\Delta ABD} = 3 \cdot AB = 3 \cdot 12 = 36 см$$

17). Для кожної з функцій (1-3) доберіть правильне твердження (А-Д).

Функція:

1 $y=|-x+1|$

2 $y=\sqrt{x}+1$

3 $y=\ln(x+1)$

Твердження:

А Функція зростає на проміжку $(-1;+\infty)$

Б Графік функції не перетинає вісь x

В Функція є парною

Г Графік функції проходить через $m(1;0)$

Д Графік функції не має спільних точок з графіком функції $y=e^{x}-1$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

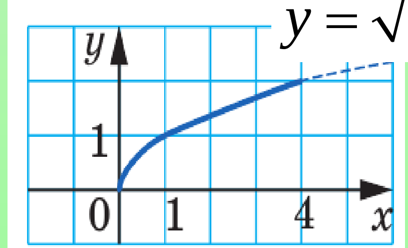
1). $y=|-x+1|$

$$y(1)=|-1+1|=0$$

Функція $y=|-x+1|$ ***проходить через точку (1;0)***

Г.

2). $y=\sqrt{x}+1$



$y=\sqrt{x}\geq 0$

Тоді $\sqrt{x}+1\geq 1$

Б.

3). $y=\ln(x+1)$

ОДЗ:

x+1>0

x>-1

А.

18). Установіть відповідність між виразом (1-3) та тотожно рівним йому виразом (*А-Д*), якщо $\boxed{c>0,\ b>0,\ c\neq 1,\ b\neq 1}$.

Вираз:

1 $\sqrt{b^2-2ab+a^2}$

2 $\dfrac{a(b-c)-b(a-c)}{c}$

3 $\log_c b^a-\dfrac{a}{\log_b c}$

Тотожно рівний вираз:

А $b-a$

Б abc

В $|b-a|$

Г 0

Д $a-b$

	А	Б	В	Г	Д
1			■		
2	■				
3				■	

1). $\sqrt{b^2-2ab+a^2}=\sqrt{(b-a)^2}=|b-a|$ **В.**

2). $\dfrac{a(b-c)-b(a-c)}{c}=\dfrac{ab-ac-ab+bc}{c}=\dfrac{bc-ac}{c}=\dfrac{(b-a)c}{c}=b-a$ **А.**

3). $\log_c b^a-\dfrac{a}{\log_b c}=a\log_c b-\dfrac{a}{\log_b c}=a\dfrac{1}{\log_b c}-\dfrac{a}{\log_b c}=\dfrac{a}{\log_b c}-\dfrac{a}{\log_b c}=0$ **Г.**

19). Установіть відповідність між початком речення (1-3) та його продовженням (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення: ***Закінчення речення:***

1	Чотирикутник, у якого всі кути рівні – це	**А**	рівнобічна трапеція
2	Паралелограм, в який можна вписати коло – це	**Б**	довільний паралелограм
3	Трапеція, навколо якої можна описати коло – це	**В**	ромб
		Г	прямокутна трапеція
		Д	прямокутник

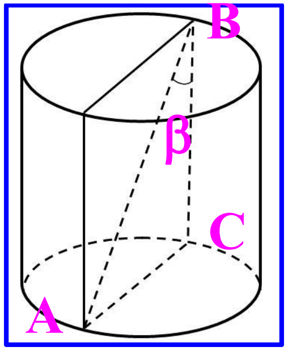
	А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
1					■
2			■		
3	■				

1). ***Чотирикутник, у якого всі кути рівні – це прямокутник*** **Д.**

2). ***Для того, щоб у чотирикутник можна було вписати коло, суми довжин протилежних його сторін повинні бути рівні між собою.*** ***Для паралелограма ця умова виконується у випадку ромба*** **В.**

3). ***Сума протилежних кутів вписаного чотирикутника дорівнює 180°. У випадку трапеції ця умова виконується лише для рівнобічної трапеції*** **А.**

20). На рисунку зображено циліндр, у якого діагональ осьового перерізу $l = 12$ і утворює з твірною кут $\beta = 60^\circ$. До кожного початку речення (1-3) доберіть його закінчення (А-Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення:

1 **Висота циліндра дорівнює**

2 **Площа осьового перерізу циліндра дорівнює**

3 **Відношення площі бічної поверхні циліндра до площі його основи дорівнює**

Закінчення речення:

А $36\sqrt{3}\pi$

Б 27π

В 6

Г $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$

Д $36\sqrt{3}$

	А	Б	В	Г	Д
1			■		
2					■
3				■	

1). $\triangle ABC - прямок.$

$BC = h;\ \ AB = l$

$h = l\cos\beta = 12\cdot\cos 60^\circ = 6$

В

2). $\triangle ABC;\ AC = D$

$D = l\sin\beta = 12\cdot\sin 60^\circ = 12\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

$S_{осьов} = h\cdot D = 6\cdot 6\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$

Д

3). $S_б = \pi Dh$ $\quad S_{осн} = \dfrac{\pi D^2}{4}$

$\dfrac{S_б}{S_о} = \dfrac{\pi Dh}{\dfrac{\pi D^2}{4}} = \dfrac{4h}{D} = \dfrac{4\cdot 6}{6\sqrt{3}} = \dfrac{4}{\sqrt{3}}$

Г

21). **. На переробку надійшло 144 кг кавових зерен. Після смажіння маса продукту зменшилася на $\frac{1}{5}$ від початкової.**

1. **Обчислити масу висушеної кави (в кг).**
2. **Скільки відсотків маса сирої кави складає від маси висушеної?**

I).

1) Маса висушеної кави складає $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ від початкової.

2) Отже, маса висушеної кави $144\cdot\frac{4}{5}=115,2$ кг.

Відповідь: □□□□,□□□

II).

$$\begin{array}{ll} 115,2 & - \; 100\% \\ 144 & - \; x\% \end{array} \Rightarrow x\% = \frac{144\cdot 100\%}{115,2} = 125\%$$

Відповідь: □□□□,□□□

22). **Діагональ рівнобічної трапеції перпендикулярна до бічної сторони, яка дорівнює 15 см. Навколо трапеції описано коло, радіус якого дорівнює 12,5 см.**

1. **Визначте висоту трапеції (у см).**
2. **Обчисліть площу трапеції (у см^2).**

I). 1) За умовою: ***ΔACD – прямокутний***

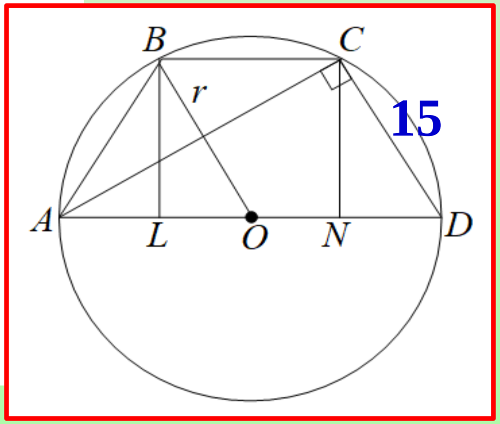
Висновок: Вписаний у коло $\angle ACD$ спирається на діаметр.

Тоді $AD = 2r = 25 см$.

2) $AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = \sqrt{625 - 225} = \sqrt{400} = 20 см$.

3) $\boxed{S_{\Delta} = \frac{1}{2} AD \cdot CN = \frac{1}{2} AC \cdot CD} \Rightarrow \boxed{CN = \frac{AC \cdot CD}{AD} = \frac{20 \cdot 15}{25} = 12 см}$

Відповідь: □□□□,□□□



II). **1)** ***ΔCDN - прямокутний***

$DN = \sqrt{CD^2 - CN^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{225 - 144} = \sqrt{81} = 9 см$,

Тоді $BC = LN = AD - AL - DN = AD - 2DN = 25 - 2 \cdot 9 = 7 см$

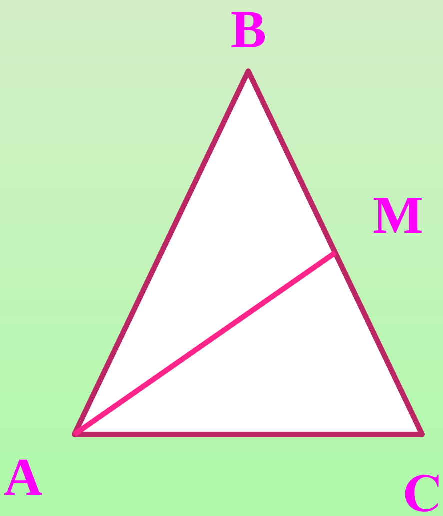
2) Площа трапеції: $\boxed{S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CN = \frac{25 + 7}{2} \cdot 12 = 192 см^2}$

Відповідь: □□□□,□□□

23). **В трикутнику** ***ABC,*** **де** $A(1;-3;-1)$, $B(4;-2;1)$, $C(6;-4;-9)$, **проведено медіану** AM **.**

1. Знайти аплікату точки *M*.

2. Знайти довжину медіани *AM*.



I). ***Точка M - середина сторони ВС.***

Координати т.М-?

$$x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{4+6}{2} = 5 \qquad y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{-2-4}{2} = -3$$

$$z_M = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{1-9}{2} = -4$$

Відповідь: ***Аплікатa точки М дорівнює -4.***

II). ***Довжина відрізка АМ:***

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 + (z_M - z_A)^2} = \sqrt{(5-1)^2 + (-3+3)^2 + (-4+1)^2} = \sqrt{16+9} = 5$$

Відповідь: $AM = 5$

24). Один з мобільних операторів в рамках програми «Дзвінки на інших мобільних операторів» запровадив акцію «***Довше розмовляєш – менше платиш***» із такими умовами: плата за з'єднання відсутня, за першу хвилину розмови абонент сплачує 30 коп., а за кожну наступну - на 3 коп. менше, ніж за попередню; плата за одинадцяту та наступні хвилини не нараховується.

1. **Скільки за умовами акції коштуватиме абоненту цього мобільного оператора восьма хвилина розмови (*у гривнях*)?**

I).

1) Вартість n-ї хвилини ($n \le 10$) обчислюємо за формулою членів арифметичної прогресії:

$$\boxed{a_n = a_1 - (n-1)d},$$

2) За умовою: a_1=30 коп., d=3 коп.

$$a_8 = 30 - (8-1)\cdot 3 = 9\,коп.$$

Відповідь: □□□□,□□□

0,09 *грн*

II). Скільки коштуватиме (*у гривнях*) абоненту цього мобільного оператора в рамках акції розмова тривалістю 8 *хв*?

Вартість розмови знаходимо за формулою суми n членів арифметичної прогресії:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{30+9}{2}\cdot 8 = 156\,коп. = 1\,грн.56\,коп. = 1{,}56\,грн$$

Відповідь: □□□□,□□□

25). .Президент компанії планує створити експертну групу для дослідження роботи ринку у складі одного аналітика і трьох менеджерів. Скільки всього існує способів створення такої команди, якщо йому на розгляд подано особові справи п'яти аналітиків і десяти менеджерів компанії?

1). ***Число способів, якими можна обрати аналітика з числа поданих*** $C_5^1 = 5$

2). ***Число способів, якими можна обрати трьох менеджерів з десяти (без врахування порядку)*** C_{10}^3

$$\boxed{C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}}$$

3). ***Число способів створення команди***

$$N = C_5^1 \cdot C_{10}^3 = 5 \cdot \frac{10!}{3!(10-3)!} = 5 \cdot \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{5 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6} = 600$$

Відповідь: ***Існує 600 способів створення команди***

26). **Від пристані відв'язався пліт і поплив за течією річки. Через 3 год. 45 хв. вслід за плотом від цієї ж пристані вирушив моторний човен, який догнав пліт, пройшовши 15 км. Визначте швидкість течії річки (в км/год), якщо відомо, що власна швидкість моторного човна на 6 км/год більша швидкості, з якою рухається пліт.**

Розв'язання:

I).

1) Нехай x км/год - швидкість течії річки (відповідно і швидкість плота).

2) Швидкість човна в стоячій воді за умовою $v_ч = (x+6)\ км/год$

3) При русі навздогін плоту (за течією) швидкість човна дорівнює

$$v = x + 6 + x = (2x+6)\ км/год$$

4) За умовою: до моменту зустрічі пліт був у дорозі $\frac{15}{x}$ *год.* ,

а човен до місця зустрічі плив $\frac{15}{2x+6}$ *год*, *що на 3 год. 45 хв менше за час руху плота.* ***Тоді:***

II).

$$\boxed{\frac{15}{x} - \frac{15}{2x+6} = 3\frac{3}{4}}$$

$$\frac{15}{x} - \frac{15}{2x+6} = \frac{15}{4}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{2x+6} = \frac{1}{4}$$

$$2x + 6 - x = \frac{1}{4}x \cdot 2(x+3)$$

$$x + 6 = \frac{1}{2}x(x+3)$$

$$2(x+6) = x^2 + 3x$$

$$x^2 + 3x - 2x - 12 = 0$$

$$x^2 + x - 12 = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49$$

$$x_1 = \frac{-1-7}{2} = -4 < 0 \qquad x_2 = \frac{-1+7}{2} = 3\ км/год$$

Відповідь: $\boxed{v_{течії} = 3\ км/год}$

27). Обчисліть значення виразу $\boxed{\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{4}{3}}$

$$\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{4}{3} = \log_2 3^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\log_2 4 - \frac{1}{2}\log_2 3 = \frac{1}{2}\log_2 3 + \frac{1}{2}\log_2 2^2 - \frac{1}{2}\log_2 3 = \frac{1}{2}\cdot 2 = 1$$

Відповідь: $\log_2 \sqrt{3} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{4}{3} = 1$

28). Розв'яжіть нерівність $\boxed{\sqrt{x-5} < 2}$. У відповідь запишіть суму цілих розв'язків нерівності.

1). $\begin{cases} x \ge 5, \\ x - 5 < 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge 5, \\ x < 4 + 5 = 9. \end{cases} \Rightarrow$ $x \in [5;9)$

2). ***Цілі розв'язки нерівності: 5; 6; 7; 8.***

Відповідь: ***Їх сума*** $5 + 6 + 7 + 8 = 26$

29). У коробці 15 цукерок із чорного шоколаду і деяка кількість цукерок із білого. Відомо, що ймовірність витягнути навмання з коробки цукерку з білого шоколаду менша від $\frac{1}{5}$. Якою найбільшою може бути в коробці кількість цукерок з білого шоколаду?

Розв'язання:

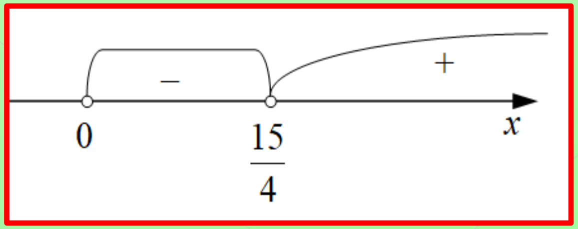
1). ***Нехай в коробці x цукерок з білого шоколаду ($x>0$). Тоді в коробці всього ($x+15$) цукерок***

2). ***Подія А - "Витягнута навмання з коробки цукерка є цукеркою з білого шоколаду"***

$$P(A)=\frac{m}{n}=\frac{x}{x+15}<\frac{1}{5}$$

$$\frac{x}{x+15}-\frac{1}{5}<0 \Rightarrow \frac{5x-x-15}{5(x+15)}<0 \Rightarrow \frac{4x-15}{5(x+15)}<0$$

$$x=\frac{15}{4}$$



$$x\in\left(0;\frac{15}{4}\right)$$

Відповідь: ***Оскільки x – ціле число, то*** $\boxed{x_{max}=3.}$

Завдання 30 **(завдання оцінюється в 0,1,2,3, 4, 5 або 6 балів)** **Бланк Б**

Задано функцію: $y = -x^2 + 6x$

1. Знайдіть абсцису вершини заданої функції.

2. Для наведених у таблиці значень x та y визначте відповідні їм значення y та x. Результати запишіть у таблицю.

x	*y*
3	
	0
	0
1	
5	

3. Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 6x$

4. Знайдіть первісну $F(x)$ для функції $f(x) = -x^2 + 6x$

5. Запишіть загальну формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції f та віссю Ox.

6. Обчисліть площу S цієї фігури.

1. Якщо учасник вірно знайшов абсцису вершини параболи, то він отримує 1б.
2. Якщо учасник правильно заповнив таблицю, то він отримує ще 1б.
3. Якщо учасник правильно побудував графік функції, то він отримує ще 1б
4. Якщо учасник правильно записав первісну *F(x)* функції, то він отримує 1б.
5. Якщо учасник правильно записав формулу для обчислення площі S фігури, обмеженої графіком функції *f* та віссю *Ox*, то він отримує ще 1б
6. Якщо учасник вірно зобразив область, площу якої необхідно обчислити та знайшов правильне значення площі S цієї фігури, то він отримує 1б.

Розв'язання:

1). $\boxed{y=-x^2+6x}$ - це парабола, вітки якої напрямлені вниз

$x=\frac{-b}{2a}=-\frac{6}{-2}=3\Rightarrow$ абсциса вершини параболи x=3

2).

2.1) $y(3)=-3^2+6\cdot3=9$

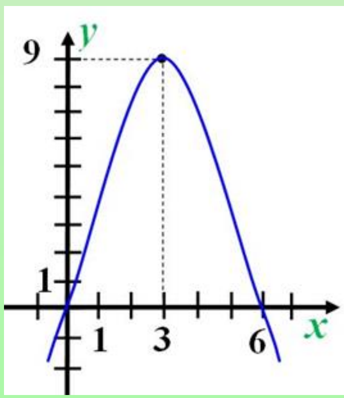
2.2) $-x^2+6x=0\Rightarrow x(x-6)=0\Rightarrow x_1=0;\ x_2=6$

2.3) $y(1)=-1^2+6\cdot1=5$

2.4) $y(5)=-5^2+6\cdot5=5$

x	y
3	**9**
0	0
6	0
1	**5**
5	**5**

3).



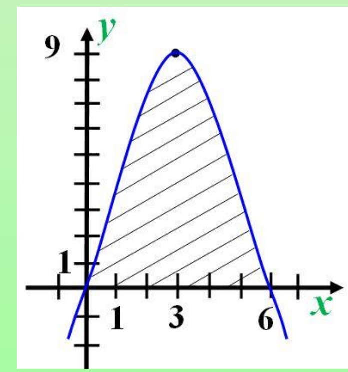
4). $F(x)=\int(-x^2+6x)dx=-\frac{x^3}{3}+3x^2+C$

5). $f(x)=-x^2+6x;$

$g(x)=0$

$\boxed{S=\int_a^b f(x)dx}$

6). Знайдемо площу заштриховано ї області



$$F(x)=\int_0^6(-x^2+6x)dx=\left(-\frac{x^3}{3}+3x^2\right)\Bigg|_0^6=$$

$$=-\frac{216}{3}+108=108-72=36\ \text{кв.од.}$$

Завдання 31

Бланк Б

Сторона основи правильної трикутної піраміди $SABC$ з вершиною S дорівнює a. Двогранний кут β при ребрі основи дорівнює 45°.

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду $SABC$, позначте лінійний кут β двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди та обґрунтуйте його положення.
2. Визначте довжину бічного ребра піраміди.
3. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

Схема оцінювання Завдання 31
(завдання оцінюється 0, 1, 2, 3 або 4 бали):

1. Якщо учасник правильно зобразив піраміду SABC, показав двогранний кут β при ребрі основи та обґрунтував його, то він отримує 1бал.

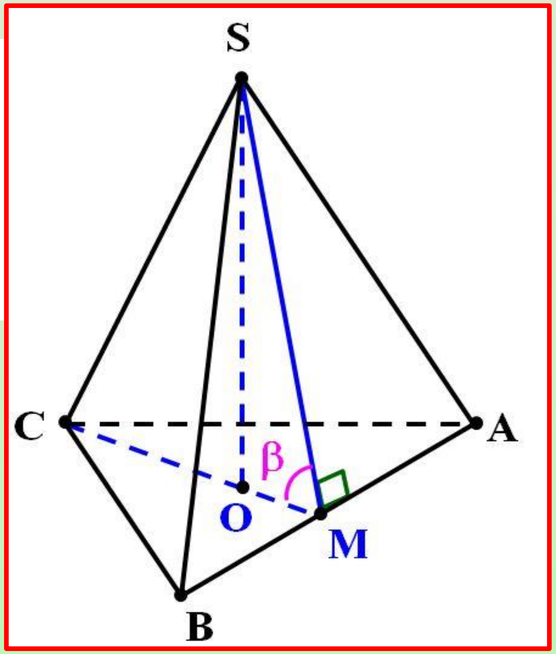
2. Якщо учасник правильно зобразив висоту піраміди і знайшов її довжину, то він отримує ще 1 бал.

3. Якщо учасник правильно визначив довжину бічного ребра піраміди, то він отримує ще 1бал.

4. Якщо учасник правильно визначив площу бічної поверхні піраміди, то він отримує ще 1бал.

Розв'язання:

І). Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду $SABC$, позначте лінійний кут β двогранного кута при ребрі основи цієї піраміди та обґрунтуйте його положення.



1.1) $SABC$ - *правильна трикутна піраміда.*
В її основі *правильний трикутник* ABC:
$\boxed{AB = BC = AC = a}$; $\boxed{\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ}$

1.2) Площини (SAB) і (ABC) перетинаються по прямій BA.

- 1) SO - висота піраміди, $\boxed{SO \perp (ABC)}$
  2) Ребра піраміди рівні, грані нахилені під одним кутом до площини основи, тому вершина піраміди **і проектується в центр** $\triangle ABC$.
  3) ***Тоді*** CM – медіана, бісектриса і висота $\triangle ABC$, $\boxed{OM}$- проекція SM *на* (ABC) і тоді $\boxed{OM \perp BA}$
- Оскільки $\boxed{OM \perp BA}$, похила $\boxed{SM \perp BA}$ (*за теоремою про три перпендикуляри*).

Висновок: ***Отже,*** пряма $\boxed{AB \perp (CMS)} \Rightarrow$

$\boxed{\angle SMO = \angle \beta}$ - **лінійний кут двогранного кута при ребрі** BA **основи піраміди.**

ІІ). *Визначте довжину бічного ребра піраміди:*

$CM = a\sin 60^\circ = a\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.1) $\boxed{\Delta ABC}$ - **правильний :**

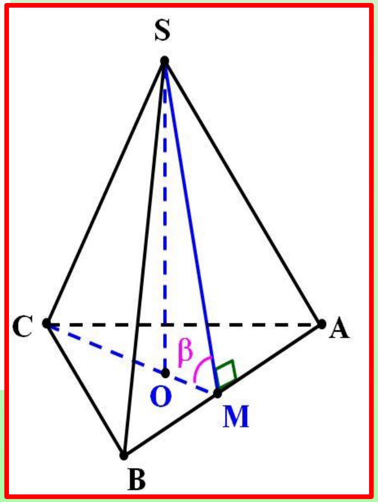
- CM - **медіана, бісектриса, висота** $\Rightarrow \boxed{CM = \frac{a\sqrt{3}}{2}}$
- $OM = \frac{1}{3}CM = \frac{a}{2\sqrt{3}}$; $\Rightarrow \boxed{OC = \frac{2}{3}CM = \frac{a}{\sqrt{3}}}$

2.2) $\boxed{\Delta SOM}$ - **прямокутний** $(SO \perp MO)$, **рівнобедрений**, т.я. $\boxed{\angle SMO = \angle\beta = 45^\circ}$.

Тоді $\boxed{OM = SO = \frac{a}{2\sqrt{3}}}$

2.3) $\boxed{\Delta SOC}$ - **прямокутний** $\Rightarrow SC = \sqrt{CO^2 + SO^2}$.

Тоді $\boxed{SC = \sqrt{CO^2 + SO^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}}$



Відповідь: $\boxed{SC = SB = SA = \frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{15}}{6} \text{ лін. од.}}$

ІІІ). *Знайдіть площу бічної поверхні піраміди*

3.1) ΔSOM ***- прямокутний, рівнобедрений :***

$$OM = \frac{a}{2\sqrt{3}} \Rightarrow SM = \frac{OM}{\cos\beta} = \frac{\frac{a}{2\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

3.2) $S_б = \frac{1}{2}P_{осн} \cdot SM$

$$S_б = \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$$

Відповідь: $S_б = \frac{a^2\sqrt{6}}{4}$ *кв.од.*

Завдання 32

Бланк В

Відповідно до умови завдання 31:

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду *SABC* . На грані *(SBC)* позначте медіану *CD* та знайдіть її довжину.
2. Проведіть кут між медіаною *CD* грані *(SBC)* і площиною *(SAB)* та знайдіть синус цього кута.

Схема оцінювання Завдання 32
(завдання оцінюється 0, 1 або 2 бали):

1. Якщо учасник правильно зобразив медіану CD грані (SBC) та знайшов її довжину, то він отримує 1 бал.
2. Якщо учасник правильно зобразив кут між медіаною CD грані (SBC) і площиною (SAB), обґрунтував його та знайшов синус кута між медіаною CD грані (SBC) і площиною (SAB), то він отримує ще 1 бал.

Відповідно до умови завдання 31:

1. Зобразіть на рисунку правильну трикутну піраміду *SABC* . На грані *(SBC)* позначте медіану *CD* та знайдіть її довжину.
2. Проведіть кут між медіаною *CD* грані *(SBC)* і площиною *(SAB)* та знайдіть синус цього кута.

Розв'язання:

I). ***Розглянемо*** ΔSCB

1). $CD -$ ***медіана за умовою*** $\left(BD = SD\right)$

2). ***Формула для обчислення довжини медіани*** Δ **:**

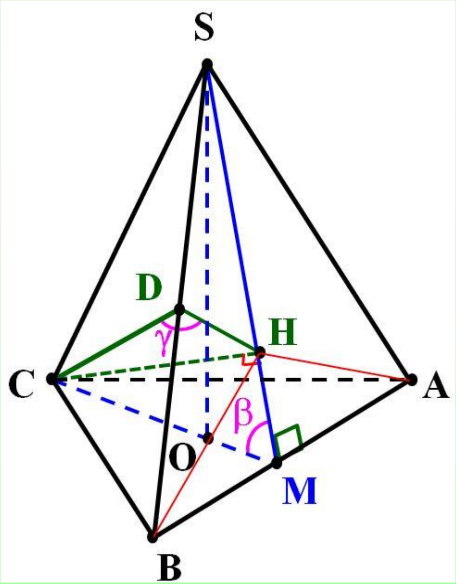
$$CD = \frac{1}{2}\sqrt{2BC^2 + 2SC^2 - BS^2}$$

3). $BC = a$ ***за умовою***

4). $SC = SB = SA = \dfrac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$ ***лін. од. (згідно задачі 31)***

5). $$CD = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + 2\left(\frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{\sqrt{29}}{4\sqrt{3}}a$$

Відповідь: $CD = \dfrac{\sqrt{29}}{4\sqrt{3}}a = \dfrac{\sqrt{87}}{4}a$



II) **2.1)** ***Покажемо кут між медіаною CD грані (SBC) і площиною (SAB)***

- **Опустимо *перпендикуляр* CH на площину (SAB).**

  1) *Трикутники CAH і CBH - прямокутні* ($CH \perp AH, CH \perp BH$ за озн. прямої, перпендикулярної до площини).

  2) Оскільки $CA = CB$ і CH - спільний катет, то $AH = BH$. Отже, точка $H \in$ серединному перпендикуляру відрізка AB, який лежить в площині (SAB).

  $\Rightarrow H \in SM$ (оскільки ΔSAB - рівнобедрений; SM - медіана і висота).

- DH **- проекція похилої CD на площину (SAB) і $\angle CDH$ - шуканий кут між медіаною і площиною.**

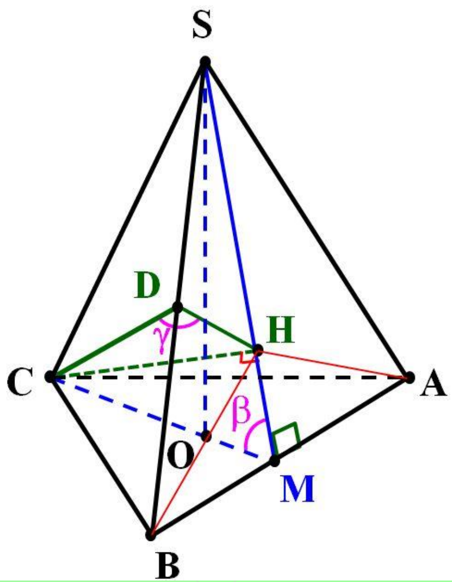
2.2) ***Знайдемо*** $\sin \angle CDH$

ΔCHD ***- прямокутний*** $(\angle CHD = 90^\circ) \Rightarrow$ $\boxed{\sin(\angle CDH) = \frac{CH}{CD}}$

2.3) ***Розглянемо*** ΔSCM

1) $S_{\Delta SCM} = \frac{1}{2} SO \cdot CM = \frac{1}{2} CH \cdot SM$ ***, тоді*** $CH = \frac{SO \cdot CM}{SM}$

2) $CM = \frac{a\sqrt{3}}{2};\ SO = \frac{a}{2\sqrt{3}};\ SM = \frac{a}{\sqrt{6}} \Rightarrow$ $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2\sqrt{3}} : \frac{a}{\sqrt{6}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$



2.4) $\sin(\angle CDH) = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} : \frac{\sqrt{29}a}{4\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{29}a} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{29}}$

Відповідь: $\boxed{\sin(\angle CDH) = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{29}}}$

Завдання 33

Бланк В

Доведіть, що при умові $4x+2y=1$ ***виконується нерівність*** $x^2+y^2\geq\frac{1}{20}$

Доведення:

1). $4x+2y=1 \quad \Rightarrow \quad y=\frac{1-4x}{2}$

2). ***Задана нерівність набуде вигляду:***

$$x^2+\left(\frac{1-4x}{2}\right)^2\geq\frac{1}{20}$$

$$x^2+\frac{1-8x+16x^2}{4}\geq\frac{1}{20}$$

$$20x^2+5-40x+80x^2\geq 1$$

$$100x^2-40x+4\geq 0$$

$$\boxed{5x^2-2x+\frac{1}{5}\geq 0}$$

3). ***Розглянемо розміщення параболи***

$$f(x)=5x^2-2x+\frac{1}{5}$$

в прямокутній ДСК:

3.1). $f(x)=5x^2-2x+\frac{1}{5}\Rightarrow a=5>0$ – ***вітки параболи напрямлені вгору***

3.2). $D=b^2-4ac=4-4\cdot 5\cdot\frac{1}{5}=0$

вершина параболи розміщена на осі Ох:

$$x=-\frac{b}{2a}=\frac{2}{2\cdot 5}=\frac{1}{5} \quad \Longrightarrow \left(\frac{1}{5};0\right)$$

$$f\left(\frac{1}{5}\right)=5\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2-2\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=0$$

Тоді $5x^2-2x+\frac{1}{5}>0$ $\quad \forall x\in\left(-\infty;\frac{1}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{5};\infty\right)$

4). ***Перетворимо нерівність*** $\boxed{5x^2-2x+\frac{1}{5}>0}$ ***із врахуванням додаткової умови:***

$$5x^2-2x+\frac{1}{5}=x^2+4x^2-2x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=x^2+\left(\frac{1}{2}-2x\right)^2-\frac{1}{20}\geq 0$$

З додаткової умови маємо: $y=\frac{1}{2}-2x$

$$x^2+y^2-\frac{1}{20}\geq 0\Rightarrow x^2+y^2\geq\frac{1}{20}$$

Відповідь: ***нерівність*** $x^2+y^2\geq\frac{1}{20}$ ***виконується при умові*** $y=\frac{1}{2}-2x$

Схема оцінювання Завдання 33 (завдання оцінюється 0, 1, 2 або 3 бали):

1) ***Якщо учасник виразив із рівняння прямої змінну, підставив її в рівняння нерівності і отримав нерівність виду*** $5x^2-2x+\frac{1}{5}\geq 0$ ***, то він отримує 1 бал.***

2) ***Якщо учасник, розв'язуючи квадратну нерівність, знайшов дискримінант, проаналізував розміщення параболи в прямокутній декартовій системі координат і зробив висновки, то він отримує ще 1 бал.***

3) ***Якщо учасник після виконання пункту 2 повертається до початкової нерівності з двома змінними або робить висновок про еквівалентність початкової і кінцевої нерівностей, то він отримує ще 1бал.***

Завдання 34

Бланк В

Задано систему $\begin{cases} |x+4|<8 \\ \log_a(ax)\cdot\log_x(ax)=\log_{a^2}\dfrac{1}{a} \end{cases}$***, де x – змінна, а – параметр***

1. Розв'яжіть нерівність $|x+4|<8$

2. Розв'яжіть систему залежно від значень параметра а.

Розв'язання:

I). ***Розв'яжіть нерівність:*** $|x+4|<8$

$$|x+4|<8 \Rightarrow \begin{cases} x+4<8 \\ x+4>-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<4 \\ x>-12 \end{cases} \Rightarrow -12<x<4 \Rightarrow \quad x\in(-12;4)$$

II). ***Розв'яжіть систему*** $\begin{cases} |x+4|<8 \\ \log_a(ax)\cdot\log_x(ax)=\log_{a^2}\dfrac{1}{a} \end{cases}$ ***залежно від значень параметра а.***

1). ***Розглянемо окремо розв'язок логарифмічного рівняння з параметром :***

$$\boxed{\log_a(ax)\cdot\log_x(ax)=\log_{a^2}\frac{1}{a}}$$

1.1) ***ОДЗ змінної x:*** $\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \end{cases} \Rightarrow x\in(0;1)\cup(1;\infty)$

ОДЗ параметра а: $\begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \end{cases} \Rightarrow a\in(0;1)\cup(1;\infty)$

1.2) $$\boxed{(\log_a a+\log_a x)\cdot(\log_x a+\log_x x)=-\frac{1}{2}}$$

$$(1+\log_a x)\cdot(\log_x a+1)=-\frac{1}{2}$$

$$(1+\log_a x)\cdot\left(\frac{1}{\log_a x}+1\right)=-\frac{1}{2}$$

Нехай $\log_a x=t$ ***, тоді маємо рівняння***

$$\boxed{(1+t)\left(1+\frac{1}{t}\right)=-\frac{1}{2}}$$

$$2t^2+5t+2=0$$

$$\boxed{t_1=-\frac{1}{2};\ t_2=-2}$$

$\log_a x=-\dfrac{1}{2}$ ***або*** $\log_a x=-2$

$x_1=\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ $\qquad$ $x_2=\dfrac{1}{a^2}$

1.3) ***Висновок:*** ***якщо*** $a\leq 0,\ a=1$ ***- рівняння розв'язків не має***

якщо $a\in(0;1)\cup(1;\infty)$ ***, то*** $x_1=\dfrac{1}{\sqrt{a}}$ ***або*** $x_2=\dfrac{1}{a^2}$

2). **Знайдемо розв'язок системи:**

$$\begin{cases} a>0 \\ a\neq 1 \end{cases} \Rightarrow a\in(0;1)\cup(1;\infty)$$

2.1). ***Визначимо проміжок для змінної x, якому будуть належати корені рівняння***

$$\begin{cases} x\in(-12;4) \\ x>0 \\ x\neq 1 \end{cases} \Rightarrow x\in(0;1)\cup(1;4) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x<1 \\ 1<x<4 \end{array}\right.$$

2.2). ***Визначимо, при яких значеннях параметра a*** $x_1=\frac{1}{\sqrt{a}}$ ***є розв'язком системи:***

I.

$$0<\frac{1}{\sqrt{a}}<1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}}<1 \Rightarrow \frac{1-\sqrt{a}}{\sqrt{a}}<0 \Rightarrow 1-\sqrt{a}<0 \Rightarrow 1<\sqrt{a} \Rightarrow \boxed{a>1}$$

II.

$$1<\frac{1}{\sqrt{a}}<4 \Rightarrow \begin{cases} 1<\frac{1}{\sqrt{a}} \\ \frac{1}{\sqrt{a}}<4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{a}<1 \\ \frac{1}{4}<\sqrt{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<1 \\ \frac{1}{16}<a \end{cases}$$

$$\boxed{\Rightarrow \quad a\in\left(\frac{1}{16};1\right)}$$

Висновок:

якщо $a\in\left(\frac{1}{16};1\right)\cup(1;+\infty)$ ***, то*** $x_1=\frac{1}{\sqrt{a}}$ ***є розв'язком системи***

якщо $a\in\left(-\infty;\frac{1}{16}\right]\cup\{1\}$ ***, то*** $x_1=\frac{1}{\sqrt{a}}$ ***не є розв'язком системи***

2.3). ***Визначимо, при яких значеннях параметра а є розв'язком системи:*** $x_2=\dfrac{1}{a^2}$

$$\left[\begin{array}{l}0<x<1\\1<x<4\end{array}\right.$$

I. $0<\dfrac{1}{a^2}<1$ $\quad\Rightarrow\dfrac{1}{a^2}<1\Rightarrow\dfrac{a^2-1}{a^2}>0\Rightarrow(a-1)(a+1)>0$ $\quad\Rightarrow$ $\boxed{a\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)}$

II. $\begin{cases}1<\dfrac{1}{a^2}\\ \dfrac{1}{a^2}<4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{a^2-1}{a^2}<0\\ a^2-\dfrac{1}{4}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{(a-1)(a+1)}{a^2}<0\\ \left(a-\dfrac{1}{2}\right)\left(a+\dfrac{1}{2}\right)>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\in(-1;0)\cup(0;1)\\ a\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};\infty\right)\end{cases}\Rightarrow$ $\boxed{a\in\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};1\right)}$

З урахуванням ОДЗ параметра а $\begin{cases}a>0\\a\neq1\end{cases}\Rightarrow a\in(0;1)\cup(1;\infty)$ ***маємо***

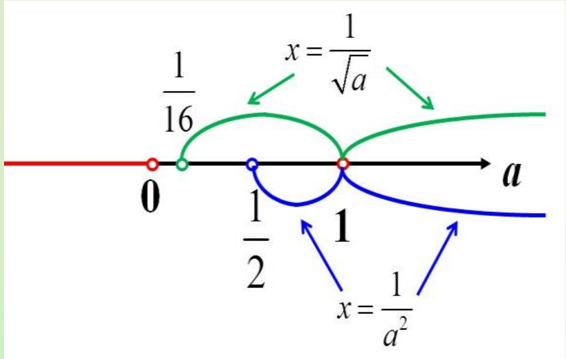
Тоді $\left[\begin{array}{l}a>1\\ a\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\end{array}\right.\Rightarrow\qquad a\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty)$

Висновок: ***якщо*** $a\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)\cup(1;+\infty)$ ***, то*** $x_2=\dfrac{1}{a^2}$ ***розв'язок системи***

якщо $a\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup\{1\}$ ***то*** $x_2=\dfrac{1}{a^2}$ ***не є розв'язком системи***

3). ***Зробимо висновки щодо розв'язків системи :***

3.1) ***ОДЗ параметра а:*** $a \in (0;1) \cup (1;\infty)$



3.2) ***якщо*** $a \in \left(\frac{1}{16};1\right) \cup (1;+\infty)$ ***, то*** $x_1 = \frac{1}{\sqrt{a}}$

3.3) ***якщо*** $a \in \left(\frac{1}{2};1\right) \cup (1;+\infty)$ ***, то*** $x_2 = \frac{1}{a^2}$

Відповідь:

1). ***якщо*** $a \in \left(-\infty;\frac{1}{16}\right] \cup \{1\}$ ***, то система розв'язків не має***

2). ***якщо*** $a \in \left(\frac{1}{2};1\right) \cup (1;+\infty)$***, то*** $x_1 = \frac{1}{\sqrt{a}}; x_2 = \frac{1}{a^2}$ ***- 2 розв'язки***

3). ***якщо*** $a \in \left(\frac{1}{16};\frac{1}{2}\right]$ ***, то*** $x = \frac{1}{\sqrt{a}}$ ***- 1 розв'язок***

Схема оцінювання Завдання 34
(завдання оцінюється 0, 1, 2, 3, 4, 5 або 6 балів):

1.Якщо учасник визначив розв'язок нерівності $|x+4|<8$***, то він отримує 1бал.***

2. Якщо учасник для рівняння системи вказав вірно область допустимих значень невідомої змінної х і параметра системи а, то він отримує ще 1 бал.

3. Якщо учасник застосував заміну і від логарифмічного рівняння перейшов до квадратного та знайшов корені квадратного рівняння, то він отримує ще 1бал.

4. Якщо учасник повернувся до змінної х, та визначив корені логарифмічного рівняння, то він отримує ще 1 бал.

5. Якщо учасник визначив при яких значеннях параметра а отримані корені логарифмічного рівняння є розв'язками системи, то він отримує 1 бал.

6. Якщо учасник правильно записав відповідь, то він отримує ще 1 бал.

Онлайн-ресурси для підготовки до ЗНО

- **I.** ***Платформи, які потребують авторезації в системі:***

1) ***Prometeus*** [***https://courses.prometheus.org.ua/courses/course-v1:ZNO+MATH101+2017_T1/about***](https://courses.prometheus.org.ua/courses/course-v1:ZNO+MATH101+2017_T1/about)
2) ***Ed-Era*** [***https://courses.ed-era.com/courses/course-v1:EDERA-OSVITORIA+Math101+2019/about***](https://courses.ed-era.com/courses/course-v1:EDERA-OSVITORIA+Math101+2019/about)
3) ***Be Smart*** [***https://course.besmart.study/podgotovka-k-zno-po-matematike/***](https://course.besmart.study/podgotovka-k-zno-po-matematike/)

4) ***iLearn: Безкоштовні вебінари для підготовки до ЗНО***

[***https://ilearn.org.ua/signup***](https://ilearn.org.ua/signup)

5) ***На урок*** [***https://naurok.ua/course/math-zno-intensive-1?unit_id=1374***](https://naurok.ua/course/math-zno-intensive-1?unit_id=1374)

- **II.** ***Платформи, які не потребують авторизації :***

1) **Osvita.ua** https://zno.osvita.ua/ukrainian/
2) ***ЗНО клуб*** https://znoclub.com/matematyka.html
3) https://nus.org.ua/news/mon-rozrobylo-programu-zno-z-matematyky-na-2021-rik

Ютуб-канали:

1) ZNOUA - Сергій Руденко (КНУ ім. Т. Шевченка, 25 р.)

https://www.youtube.com/watch?v=V_0ztvpYhKM

2) Онлайн школа - Крачек Наталія Олександрівна https://naurok.ua/course/math-zno-intensive-1?unit_id=1374

3) Я в курсі https://info.yavkursi.com/probne-zno

Дякую за увагу!!!

Сумський державний університет