

Приклад розв'язання

Знайти область визначення функції:

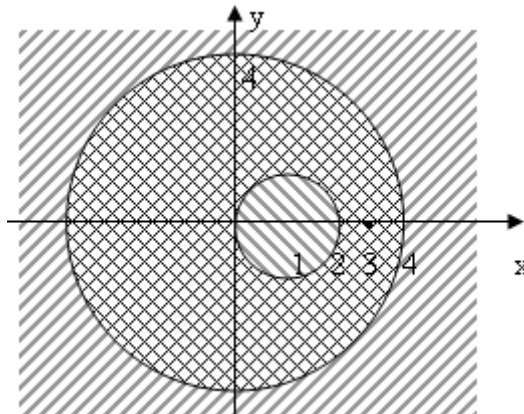
$$z = \frac{\ln(16 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2x}}.$$

Оскільки логарифма від'ємного числа й нуля не існує, то $16 - x^2 - y^2 > 0$. Або $x^2 + y^2 < 16$. Знаменник не може дорівнювати нулю й підкореневий вираз має бути невід'ємним, тобто $x^2 + y^2 - 2x > 0$, виділимо повний квадрат за x : $(x^2 - 2x + 1) + y^2 - 1 > 0$. Або $(x - 1)^2 + y^2 > 1$.

Таким чином, маємо систему

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 16, \\ (x - 1)^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

Для розв'язування системи будемо границі області $x^2 + y^2 < 16$ і $(x - 1)^2 + y^2 > 1$ і відповідно до знаків у нерівностях наносимо штрихування.



Область визначення функції $z = \frac{\ln(16 - x^2 - y^2)}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2x}}$ — частина площини xy , розташована між

колами $x^2 + y^2 = 16$ і $(x - 1)^2 + y^2 = 1$, не включаючи межі (тобто внутрішня частина кола радіусом 4 з «діркою»).

Умови завдань для самостійної роботи

Варіант 1

Знайти область визначення функцій

$$z = \arccos \frac{x+1}{y-1}, u = \sqrt{1-x^2} + \sqrt{y^2-1}.$$

Варіант 2

Знайти область визначення функцій

$$z = \arcsin(x-y), u = \sqrt{1-x^2-y^2}.$$

Варіант 3

Знайти область визначення функцій:

$$z = \sqrt{y^2-x^2}, u = \sqrt{1-(x^2+y^2)^2}.$$

Варіант 4

Знайти область визначення функцій

$$z = \ln(4-x^2-y^2), u = \ln(xyz).$$

Варіант 5

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{2}{6-x^2-y^2}, u = \arccos \frac{y}{x}.$$

Варіант 6

Знайти область визначення функцій

$$z = \sqrt{x^2+y^2-5}, u = \ln \sqrt{\frac{(x-a)^2+y^2}{(x+a)^2+y^2}} (a > 0).$$

Варіант 7

Знайти область визначення функцій

$$z = \arccos(x+y), u = \ln(-1-x^2-y^2+z^2).$$

Варіант 8

Знайти область визначення функцій

$$z = 3x + \frac{y}{2-x+y}, u = \ln(y^2-4x+8).$$

Варіант 9

Знайти область визначення функцій

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}, u = \ln(x \ln(y - x)).$$

Варіант 10

Знайти область визначення функцій

$$z = \ln(x^2 + y^2 - 3), u = \frac{1}{\sqrt{x + y}} + \frac{1}{\sqrt{x - y}}.$$

Варіант 11

Знайти область визначення функцій

$$z = \sqrt{2x^2 - y^2}, u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}.$$

Варіант 12

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{4xy}{x - 3y + 1}, u = \sqrt{\sin(x^2 + y^2)}.$$

Варіант 13

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{\sqrt{xy}}{(x^2 + y^2)}, u = \arccos \frac{x}{x + y}.$$

Варіант 14

Знайти область визначення функцій

$$z = \arcsin \frac{y}{x}, u = \arccos \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Варіант 15

Знайти область визначення функцій

$$z = \ln(y^2 - x^2), u = \ln(-x - y).$$

Варіант 16

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{x^2 y}{3 + x - y}, u = \frac{xy}{y - x}.$$

Варіант 17

Знайти область визначення функцій

$$z = \arccos(x + 2y), u = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2 - y^2}}.$$

Варіант 18

Знайти область визначення функцій

$$z = \arcsin(2x - y), u = \frac{1}{\lg(1 - x^2 + y^2)}.$$

Варіант 19

Знайти область визначення функцій

$$z = \ln(16 - x^2 - y^2), u = \frac{1}{\sqrt{1 - \lg(x - y)}}.$$

Варіант 20

Знайти область визначення функцій

$$z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}, u = \sqrt{x^2 - y^2 + 5}.$$

Варіант 21

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 5}}, u = \ln \frac{1}{\sqrt{x - y + z}}.$$

Варіант 22

Знайти область визначення функцій

$$z = 4x + \frac{y}{2x - 5y}, u = \arcsin \frac{y}{x + y}.$$

Варіант 23

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{\sqrt{3x-2y}}{x^2+y^2-4}, u = \sqrt{\cos(x^2+y^2)}.$$

Варіант 24

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{4}{x^2+y^2-64}, u = \ln(xyz).$$

Варіант 25

1. Знайти область визначення функцій

$$z = \ln(7x-12y), u = \sqrt{\frac{x^2+y^2-x}{2x-x^2-y^2}}.$$

Варіант 26

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{7x^3y}{x-4y}, u = \arccos \frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}}.$$

Варіант 27

Знайти область визначення функцій

$$z = \sqrt{1-x-y}, u = \sqrt{(x^2+y^2-1)(4-x^2-y^2)}$$

Варіант 28

Знайти область визначення функцій

$$z = e^{\sqrt{x^2+y^2-1}}, u = \ln(-1-x^2-y^2+z^2).$$

Варіант 29

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2-6}}, \sqrt{4-x^2} + \sqrt{9-y^2} = u.$$

Варіант 30

Знайти область визначення функцій

$$z = \frac{xy}{x+5y}, u = e^{\frac{1}{\sqrt{x^2-y^2}}}.$$