

Завдання складається з одного прикладу, який оцінюється у 20 балів.

Для зарахування завдання необхідно виконати щонайменше 0,5 приклада.

Умови варіантів завдань

ВАРІАНТ 1

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = x\vec{i} + yz\vec{j} - x\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 2x + y - z = 1 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 2

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ z = 4 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 3

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = (x^2 - y)\vec{i} + x\vec{j} + \vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 - z^2 = 0 \\ z = 8 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 4

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = xz\vec{i} - x\vec{j} + y\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 13 \\ x^2 + y^2 = 4 \quad (z \geq 0) \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 5

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j} + 3z^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 5z \\ z = 5 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 6

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + xz\vec{k}, \quad L: \begin{cases} z = 2(x^2 + y^2) - 3 \\ z = 47 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 7

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = y\vec{i} + (1-x)\vec{j} - z\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 13 \\ z = 2 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 8

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = yz\vec{i} + 2xz\vec{j} + xy\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ x - 2y + z = 3 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 9

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 2y\vec{i} - 3x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ z = 2 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 10

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = -3z\vec{i} + y^2\vec{j} + 2y\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 - 9z^2 = 0 \\ z = 1 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 11

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = (x-y)\vec{i} + x\vec{j} - z\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 10 \\ x^2 + y^2 = 9 \quad (z < 0) \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 12

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 2y\vec{i} + 5z\vec{j} + 3x\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 6z \\ z = 6 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 13

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 2y\vec{i} + \vec{j} - 2yz\vec{k}, \quad L: \begin{cases} z = x^2 + y^2 + 2 \\ z = 6 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 14

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = (x^2 - y)\vec{i} + x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 10 \\ z = 1 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 15

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 4x\vec{i} - yz\vec{j} + x\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y - z = 2 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 16

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ z = 1 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 17

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 2yz\vec{i} + xz\vec{j} - x^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 - 9z^2 = 0 \\ z = 2 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 18

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = -y\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 17 \\ x^2 + y^2 = 16 \quad (z > 0) \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 19

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = y\vec{i} + 3x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 2z \\ z = 2 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 20

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 2yz\vec{i} + xz\vec{j} + y^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} z = 4(x^2 + y^2) - 7 \\ z = 9 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 21

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = -y\vec{i} + x\vec{j} + 3z^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 20 \\ z = 2 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 22

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = (2 - xy)\vec{i} - yz\vec{j} - xz\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 16 \\ x + 3y + z = 1 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 23

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = y\vec{i} - 2x\vec{j} + z^2\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 36 \\ z = 2 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 24

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 4\vec{i} + 3x\vec{j} + 3xz\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 - 4z^2 = 0 \\ z = 3 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 25

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = yz\vec{i} - xz\vec{j} + xy\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 50 \\ x^2 + y^2 = 49 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 26

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = y\vec{i} - x\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 3z \\ z = 3 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 27

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + 2z\vec{k}, \quad L: \begin{cases} z = 3(x^2 + y^2) + 1 \\ z = 13 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 28

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = (x + y)\vec{i} - x\vec{j} + 6\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 29 \\ z = 5 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 29

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 3z\vec{i} - 2y\vec{j} + 2y\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x - y - z = 1 \end{cases}.$$

ВАРІАНТ 30

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L .

$$\vec{F} = 2xy\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}, \quad L: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 29 \\ x^2 + y^2 = 25 \quad (z > 0) \end{cases}.$$

Приклад розв'язання типового варіанта завдання

За формулою Стокса визначити роботу сили \vec{F} при переміщенні точки вздовж кривої L :

$$\vec{F} = (2x + y)\vec{i} - z\vec{j} + 4y\vec{k},$$

$$L: \begin{cases} x^2 + z^2 = 9 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

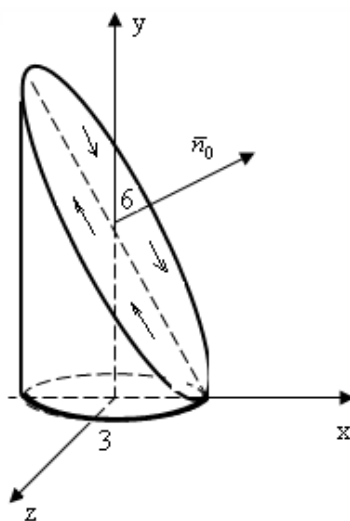
Розв'язання.

За теоремою Стокса $\oint_L \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_{\sigma^+} \text{rot} \vec{F} \cdot \vec{n}_0 d\sigma$

$$\text{rot} \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2x + y & -z & 4y \end{vmatrix} = 5\vec{i} - \vec{k}.$$

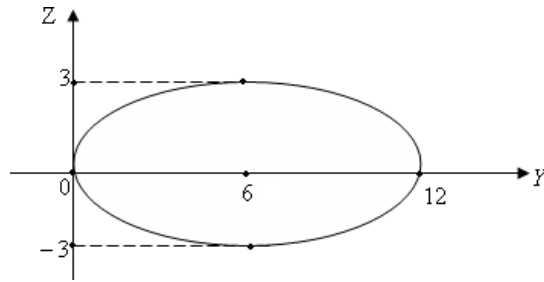
$$\iint_{\sigma^+} (5\vec{i} - \vec{k}) \cdot \vec{n}_0 d\sigma = \iint_{\sigma^+} (5 \cos \alpha - \cos \gamma) d\sigma.$$

Для σ^+ нормаль \vec{n}_0 показано на рисунку, зрозуміло, що $\gamma = \frac{\pi}{2}$, а α – гострий.



Тоді $\cos \gamma = 0$, $\cos \alpha > 0$. Від поверхневого інтеграла перейдемо до подвійного

$$+ \iint_{\sigma_{yOz}} 5 dydz$$



Проекція поверхні σ^+ на площину yOz – еліпс, рівняння якого

$$\left(3\left(1 - \frac{y}{6}\right)\right)^2 + z^2 = 9 \quad \text{або} \quad \frac{(y-6)^2}{36} + \frac{z^2}{9} = 1.$$

А геометричний зміст подвійного інтеграла $\iint_{\sigma_{yOz}} dydz$ – площа проекції σ_{yOz} , тобто площа цього еліпса, тому

$$5 \iint_{\sigma_{yOz}} dydz = 5\pi \cdot 6 \cdot 3 = 90\pi.$$