

ЗВИЧАЙНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Задача 1. Знайти загальний розв'язок (загальний інтеграл) диференціального рівняння

1. $I + e^y + e^y \cdot y' = 0$	2. $(I + e^x) \cdot y \cdot y' = e^x$	3. $e^x \cdot \sin y dx + tgy \cdot dy = 0$
4. $y' = (2y + I) \cdot tgx$	5. $y' + \sin(x + y) = \sin(x - y)$	6. $3e^x \sin y dx + (I - e^x) \cos y dy = 0$
7. $y' \cdot \sqrt{I - x^2} - \cos^2 y = 0$	8. $\sin(x + y) dx + \sec y dy = \sin(y - x) dx$	9. $x^{-1} \cdot e^{-x^2} dy + \sec^2 y dx = 0$
10. $y' = e^{2x} : \ln y$	11. $e^{x+3y} dy = x dx$	12. $\sin x \cdot y' = y \cdot \cos x + 2 \cos x$
13. $y' = (2x - I) \cdot ctgy$	14. $\sin y \cos x dy - \cos y \sin x dx = 0$	15. $\cos(x - 2y) y' + \cos(x + 2y) y' = \sec x$
16. $y' ctgx + y = 2$	17. $\sec^2 x \cdot tgy dy = -\sec^2 y \cdot tgx \cdot dx$	18. $ctgx \cdot \cos^2 y dx + \sin^2 x \cdot tgy dy = 0$
19. $2^{x^2+y} dy + x dx = 0$	20. $(y^2 + 3) dx = e^x \cdot x^{-1} \cdot y dy$	21. $y' \sin x = y \ln y$
22. $(I + e^x) \cdot y dy - e^y dx = 0$	23. $\cos y dx = 2\sqrt{I + x^2} dy + \cos y \cdot \sqrt{I + x^2} dy$	24. $y' = e^{x^2} \cdot (I + y^2) \cdot x$
25. $(I + e^{3y}) x \cdot dx = e^{3y} dy$	26. $\cos^3 y \cdot y' - \cos(2x + y) = \cos(2x - y)$	27. $(\sin(2x + y) - \sin(2x - y)) dx = \cos e cy dy$
28. $3^{y^2-x^2} = y \cdot y' \cdot x^{-1}$	29. $\sin x \cdot tgy dx - \cos e cy dy = 0$	30. $e^x \cdot tgy dx = (I - e^x) \sec^2 y dy$

Задача 2. Знайти загальний розв'язок (загальний інтеграл) диференціального рівняння

1. $y' = 2xy + x$	2. $y' \cdot \sqrt{I + y^2} = x^2 : y$	3. $\sqrt{I - y^2} dx + y \sqrt{I - x^2} dy = 0$
4. $\sqrt{y^2 + I} dx = xy dy$	5. $2xy y' = I - x^2$	6. $xy y' = (I + x^2) : (I - y^2)$
7. $y' = (I + y^2) : (I + x^2)$	8. $(I + x^2) y' + y \sqrt{I + x^2} = xy$	9. $y' - xy^2 = 2xy$
10. $(y^2 x + y^2) dy + x dx = 0$	11. $(I + x^3) y^3 dx = (y^2 - I) x^3 dy$	12. $(y + I) y' = y : \sqrt{I - x^2} + xy$
13. $2x^2 y y' + y^2 = 2$	14. $(xy + x^3 y) y' = I + y^2$	15. $y - xy' = I + x^2 y'$
16. $xy' - y = y^2$	17. $(x^2 + x) y dx + (y^2 + I) dy = 0$	18. $(x^2 - I) y' - xy = 0$
19. $y' + 2y - y^2 = 0$	20. $y' - xy' = 3(I + x^2 y')$	21. $(x^2 y - y)^2 y' = x^2 y - y + x^2 - I$
22. $(xy^3 + x) dx + (x^2 y^2 - y^2) dy = 0$	23. $y' \cdot \sqrt{I + y^2} = x^2 : y$	24. $(x + xy^2) dy + y dx = y^2 dx$
25. $(x + 4) dy - xy dx = 0$	26. $y' : 7^{y-x} = 3$	27. $(xy - x)^2 dy = y(x - I) dx$
28. $y' + y + y^2 = 0$	29. $y - xy' = 2(I + x^2 y')$	30. $y^2 \ln x dx = (y - I) x dy$

Задача 3. Знайти загальний розв'язок (загальний інтеграл) диференціального рівняння

1. $(2x - y) dx + (x + y) dy = 0$	2. $y dx + (2\sqrt{xy} - x) dy = 0$	3. $x^2 y' = y(x + y)$
4. $(I + y^2) dx = (y + yx^2) dy$	5. $y - xy' = x \cdot \sec(y : x)$	6. $2x^3 y' = y(2x^2 - y^2)$
7. $(y^2 - 2xy) dx - x^2 dy = 0$	8. $xy' + y(\ln(y : x) - I) = 0$	9. $(x^2 + y^2) dx + 2xy dy = 0$
10. $xy + y^2 = (2x^2 + xy) y'$	11. $y^2 + x^2 y' = xy y'$	12. $(4x^2 + 3xy + y^2) dx + (4y^2 + 3xy + x^2) dy = 0$
13. $xy' - y = x t g(y : x)$	14. $(y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$	15. $(2\sqrt{xy} - y) dx + x dy = 0$
16. $(x - y) y dx - x^2 dy = 0$	17. $(x + 2y) dx + x dy = 0$	18. $xy + y^2 = (2x^2 + xy) y'$
19. $xy' - y = (x + y) \ln(x)$	20. $y' = y : x - I$	21. $y' = \frac{4x^2 + 3xy + y^2}{4y^2 + 3xy + x^2}$
22. $(x + 2y) dx - x dy = 0$	23. $(x - y) dx + (x + y) dy = 0$	24. $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$
25. $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0$	26. $xy' = y - x \cdot e^{y:x}$	27. $xy' = y \cdot \cos(\ln \frac{y}{x})$
28. $(y + \sqrt{xy}) dx = x dy$	29. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$	30. $(x^2 - 2xy) y' = xy - y^2$

Задача 4. Знайти частинний розв'язок (частинний інтеграл) диференціального рівняння, задовольняючий початковій умові

1. $(x^2 + I) y' + 4xy = 3, y(0) = 0$	2. $(x + y^2) dy = y dx, y(0) = I$	3. $(I - 2xy) y' = y(y - I), y(0) = I$
---------------------------------------	------------------------------------	--

4. $xy' + y + xe^{-x^2} = 0, y(1) = 0,5e$	5. $(\sin^2 y + x \operatorname{ctg} y)y' = 1, y(0) = 0,5\pi$	6. $y' - y = e^x, y(0) = 1$
7. $\cos y dx = (x + 2 \cos y) \sin y dy, y(0) = 0,25\pi$	8. $(x+1)y' + y = x^3 + x^2, y(0) = 0$	9. $y' = 2x(x^2 + y), y(0) = 0$
10. $x^2 y' + xy + 1 = 0, y(1) = 0$	11. $xy' - 2y + x^2 = 0, y(1) = 0$	12. $(1-x)(y' + y) = e^{-x}, y(0) = 0$
13. $yx' + x = 4y^3 + 3y^2, y(2) = 1$	14. $xy' + y = \ln x + 1, y(1) = 0$	15. $(x^2 - 1)y' - xy = x^3 - x, y(\sqrt{2}) = 1$
16. $xy' + (x+1)y = 3x^2 y^{-x}, y(1) = 0$	17. $y' - 3x^2 y - x^2 \cdot e^{x^3} = 0, y(0) = 0$	18. $y' \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} x, y(0) = 1$
19. $(2e^y - x)y' = 1, y(0) = 0$	20. $y' + 2xy = x \cdot e^{-x^2}, y(0) = 0$	21. $y' = y : (3x - y^2), y(0) = 1$
22. $(xy' - 1) \ln x = 2y, y(e) = 0$	23. $x^2 y' = 2xy + 3, y(1) = -1$	24. $(2x+y)dy = ydx + 4 \ln y dy, y(0) = 1$
25. $y = x(y' - x \cos x), y(0,5\pi) = 0$	26. $y' + y \operatorname{tg} x = \sec x, y(0) = 0$	27. $(1-x^2)y' + xy = 1, y(0) = 0$
28. $x(y' - y) = e^x, y(1) = 0$	29. $xy' + y = \sin x, y(0,5\pi) = 2/\pi$	30. $xy' - 2y = 2x^4, y(1) = 0$

Задача 5. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння

1. $y' x^3 \sin y = xy' - 2y$	2. $y' = x\sqrt{y} + xy : (x^2 - 1)$	3. $y' = x \cdot y^{-1} \cdot e^{2x} + y$
4. $x(x-1)y' + y^3 = xy$	5. $y' = -x \cdot \sqrt[3]{y} + 3y$	6. $y' + 2y \cdot x^{-1} = 2\sqrt{y} \cdot \sec^2 x$
7. $xy' + y = y^2 \ln x$	8. $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$	9. $y' + 2xy = 2x^3 y^3$
10. $y' - y \cdot \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$	11. $y' + xy = x^3 y^3$	12. $y' + y = x \cdot y^{-2}$
13. $y' x + y = -xy^2$	14. $(2x^2 y \ln y - x)y' = y$	15. $2x^3 y y' + 3x^2 y^2 + 1 = 0$
16. $x^{-1} \cdot dx = (y^{-1} - 2x)dy$	17. $y' + y = x\sqrt{y}$	18. $y' - y + y^2 \cdot \cos x = 0$
19. $xydy = (y^2 + x)dx$	20. $ydx + 2xdy = 2y\sqrt{x} \sec^2 y dy$	21. $x dx = (x^2 \cdot y^{-1} - y^3)dy$
22. $xy^2 y' = x^2 + y^3$	23. $(x+1)(y' + y^2) = -y$	24. $y' = y^4 \cos x + y \operatorname{tg} x$
25. $xy' - 2\sqrt{x^3 y} = y$	26. $y' + 2y = y^2 e^x$	27. $xy' + 2y + x^5 y^3 e^x = 0$
28. $2y' = x \cdot y^{-1} + xy : (x^2 - 1)$	29. $yx' + x = -yx^2$	30. $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$

Задача 6. Знайти частинний розв'язок диференціального рівняння, який задовольняє початковим умовам і обчислити значення одержаної функції $y = f(x)$ при $x = x_0$ з точністю до 0,001

1. $y'' = 2 \cos x \cdot \sin^2 x - \cos^3 x, x_0 = \pi/2; y(0) = 2/3; y'(0) = 2$	2. $y'' = x^{-2}, x_0 = 2; y(1) = 3; y'(1) = 1$
3. $y'' = x - \ln x, x_0 = 2; y(1) = -5/12; y'(1) = 3/2$	4. $y''' = \cos 4x, x_0 = \pi; y(0) = 2; y'(0) = 15/16; y''(0) = 0$
5. $y'' = 2 \sin^2 x \cos x, x_0 = \pi; y(0) = 1/9; y'(0) = 1$	6. $y'' = 2 \sin x \cos^2 x - \sin^3 x, x_0 = \pi/2; y(0) = 1; y'(0) = 1$
7. $y'' = 4 \cos 2x, x_0 = \pi/4; y(0) = 1; y'(0) = 3$	8. $y''' = x^{-1}, x_0 = 2; y(1) = 1/4; y'(1) = y''(1) = 0$
9. $y'' = x \cdot e^{-2x}, x_0 = -1/2; y(0) = 1/4; y'(0) = -1/4$	10. $y'' = 2 \sin x \cdot \cos^2 x, x_0 = \pi/2; y(0) = -5/9; y'(0) = -2/3$
11. $y'' = \sec^2 \frac{x}{2}, x_0 = 4\pi; y(0) = 0; y'(0) = 1$	12. $y''' = x \cdot \sin x, x_0 = \pi/2; y(0) = y'(0) = y''(0) = 0$
13. $y'' = (1+x^2)^{-1}, x_0 = 1; y(0) = 0; y'(0) = 0$	14. $y'' = \operatorname{arctg} x, x_0 = 1; y(0) = 1; y'(0) = y''(0) = 0$
15. $y''' = \sqrt{x} - \sin 2x, x_0 = 1; y(0) = -1/8; y'(0) = \frac{1}{8} \cos 2; y''(0) = \frac{1}{2}$	16. $y'' = \sin^2 3x, x_0 = \pi/12; y(0) = -\pi^2/16; y'(0) = 0$
17. $y''' = e^{2x}, x_0 = 1/2; y(0) = 9/8; y'(0) = 1/4; y''(0) = -1/2$	18. $y'' = \sin x + x, x_0 = 5; y(0) = -3; y'(0) = 0$
19. $y'' = \operatorname{tg} x \sec^2 x, x_0 = \pi/4; y(0) = 1/2; y'(0) = 0$	20. $y'' = \sin^3 x, x_0 = 2.5\pi; y(\pi/2) = -7/9; y'(\pi/2) = 0$
21. $y'' = (1-x^2)^{-1/2}, x_0 = 1; y(0) = 2; y'(0) = 3$	22. $y'' = \operatorname{cosec}^2 2x, x_0 = 5\pi/4; y(\pi/4) = \pi/4; y'(\pi/4) = 1$
23. $y'' = \cos^{-2} x, x_0 = \pi/3; y(0) = 1; y'(0) = 0,6$	24. $y''' = \sin x, x_0 = \pi/2; y(0) = 1; y'(0) = 0; y''(0) = 0$
25. $y''' = \cos^2 x, x_0 = \pi; y(0) = 1; y'(0) = -1/8; y''(0) = 0$	26. $y'' = \cos x + e^{-x}, x_0 = \pi; y(0) = -e^{-\pi}; y'(0) = 1$
27. $xy''' = 2, x_0 = 2; y(1) = 1/2; y'(1) = y''(1) = 0$	28. $y''' = 6x^{-3}, x_0 = 2; y(1) = 0; y'(1) = 5; y''(1) = 1$
29. $y''' = e^{0.5x} + 1, x_0 = 2; y(0) = 8; y'(0) = 5; y''(0) = 2$	30. $y''' \sin^4 x = \sin 2x, x_0 = 5\pi/2; y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}; y'(\frac{\pi}{2}) = 1; y''(\frac{\pi}{2}) = -1$

Задача 7. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння, яке дозволяє зниження порядку

1. $y'' + 2x(y')^2 = 0$	2. $-xy'' + y' + x^2 = 0$	3. $xy'' = y' \ln(y' : x)$
-------------------------	---------------------------	----------------------------

4. $y'' + 4y' = \cos 2x$	5. $y'' - y' : (x-1) = x(x-1)$	6. $y'' = y' + x$
7. $x^2 y'' + xy' = 1$	8. $xy'' - y' = 2x^2 e^x$	9. $y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin 2x$
10. $y'' = -x \cdot y^{-1}$	11. $y'' + 4y' = 2x^2$	12. $xy'' + y' = \ln x$
13. $y'' \cdot x \cdot \ln x = y'$	14. $x(y'' + 1) + y' = 0$	15. $(1+x^2)y'' = 2xy$
16. $y'' x \ln x = y'$	17. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sec x$	18. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$
19. $(1-x^2)y'' - xy' = 2$	20. $y'' - 2y' \operatorname{ctg} x = \sin^3 x$	21. $y'' + y' = \sin x$
22. $xy'' - y' = x^2 \cdot e^x$	23. $2xy'y'' = (y')^2 + 1$	24. $x^2 y'' = (y')^2$
25. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$	26. $y'' + y' \cdot \operatorname{tg} x = \sin 2x$	27. $y'' \operatorname{ctg} x + y' = 2$
28. $y'' \cdot x \cdot \ln x = 2y'$	29. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$	30. $2xy'y'' = (y')^2 - 4$

Задача 8. Розв'язати задачу Коші для диференціального рівняння, яке дозволяє зниження порядку

1. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$	2. $y'' \cdot \operatorname{tg} y = 2(y')^2, y(1)=\pi/2, y'(1)=2$	3. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$
4. $y'' = y' + (y')^2, y(0)=0, y'(0)=1$	5. $y'' = 2 - y, y(0)=2, y'(0)=2$	6. $y'' = \frac{1}{2} \cdot (1+(y')^2), y(0)=0, y'(0)=0$
7. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$	8. $4 \cdot (y')^2 = 1 + (y')^2, y(0)=1, y'(0)=0$	9. $yy'' - 2y'y' \cdot \ln y = (y')^2, y(0)=1, y'(0)=1$
10. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$	11. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$	12. $y(1-\ln y) \cdot y' + (1+\ln y) \cdot (y')^2 = 0, y(0)=1, y'(0)=1$
13. $y'' = y^{-3}, y(0)=1, y'(0)=0$	14. $y'' = 1 - (y')^2, y(0)=y'(0)=0$	15. $yy'' - (y')^2 = y^2 \cdot \ln y, y(0)=1, y'(0)=1$
16. $y'' + 2y(y')^3 = 0, y(0)=2, y'(0)=1/3$	17. $yy'' - 2(y')^2 = 0, y(0)=1, y'(0)=2$	18. $y'' = y' : \sqrt{y}, y(0)=1, y'(0)=2$
19. $2y \cdot y'' = (y')^2, y(0)=1, y'(0)=1$	20. $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 0, y(0)=1, y'(0)=1$	21. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$
22. $y'' = -1 : (2y^3), y(0)=0.5, y'(0)=\sqrt{2}$	23. $2(y')^2 = (y-1) \cdot y'', y(0)=2, y'(0)=2$	24. $yy'' - (y')^2 = 0, y(0)=1, y'(0)=2$
25. $yy'' - (y')^2 = y^4, y(0)=y'(0)=1$	26. $(y'')^2 = y', y(0)=2/3, y'(0)=1$	27. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$
28. $yy'' + (y')^2 = 0, y(0)=y'(0)=1$	29. $2y \cdot y'' = (y')^2 + 1, y(0)=2, y'(0)=1$	30. $y'' = y' \cdot e^y, y(0)=0, y'(0)=1$

Задача 9. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння

1. $y'' + 4y = 0; y'' - 10y' + 25y = 0; y'' + 3y' + 2y = 0$	2. $2y'' + 3y' + y = 0; y'' + 4y' + 8y = 0; y'' - 6y' + 9y = 0$
3. $9y'' + 6y' + y = 0; y'' - 4y' - 21y = 0; y'' + y = 0$	4. $y'' - 10y' + 21y = 0; y'' - 2y' + 2y = 0; y'' + 4y' = 0$
5. $y'' - 6y' + 8y = 0; y'' + 4y' + 5y = 0; y'' + 5y' = 0$	6. $y'' - 3y' = 0; y'' - 7y' - 8y = 0; y'' + 4y' + 13y = 0$
7. $y'' + 4y' + 20y = 0; y'' - 3y' - 10y = 0; y'' - 16y = 0$	8. $y'' + 25y' = 0; y'' - 10y' + 16y = 0; y'' - 8y' + 16y = 0$
9. $4y'' - 8y' + 3y = 0; y'' - 3y' = 0; y'' - 2y' + 10y = 0$	10. $y'' - 3y' - 4y = 0; y'' + 6y' + 13y = 0; y'' + 2y' = 0$
11. $y'' + y' - 6y = 0; y'' + 9y' = 0; y'' - 4y' + 20y = 0$	12. $y'' - y' - 2y = 0; y'' + 9y = 0; y'' + 4y' + 4y = 0$
13. $y'' + 7y' = 0; y'' - 5y' + 4y = 0; y'' + 16y = 0$	14. $y'' + 25y = 0; y'' + 6y' + 9y = 0; y'' + 2y' + 2y = 0$
15. $y'' - 49y = 0; y'' - 4y' + 5y = 0; y'' + 2y' - 3y = 0$	16. $y'' + 6y' = 0; y'' + 10y' + 29y = 0; y'' - 8y' + 7y = 0$
17. $y'' - 4y' = 0; y'' - 4y' + 13y = 0; y'' - 3y' + 2y = 0$	18. $y'' - 4y = 0; y'' + 2y' + 17y = 0; y'' - y' - 12y = 0$
19. $y'' - 5y' + 6y = 0; y'' + 3y' = 0; y'' + 2y' + 5y = 0$	20. $y'' - 2y' + 10y = 0; y'' + y' - 2y = 0; y'' - 2y' = 0$
21. $y'' - 3y' - 18y = 0; y'' - 6y' = 0; y'' + 2y' + 5y = 0$	22. $y'' + 6y' + 10y = 0; y'' + 2y' + y = 0; y'' - 5y' + 4y = 0$
23. $y'' - 6y' + 13y = 0; y'' - 2y' - 15y = 0; y'' - 8y' = 0$	24. $y'' + 8y' + 25y = 0; y'' + 9y' = 0; 9y'' + 3y' - 2y = 0$
25. $y'' + 2y' + y = 0; y'' + 6y' + 25y = 0; y'' - 4y' = 0$	26. $6y'' + 7y' - 3y = 0; y'' + 16y = 0; 4y'' - 4y' + y = 0$
27. $y'' + 10y' = 0; y'' - 6y' + 8y = 0; 4y'' + 4y' + y = 0$	28. $9y'' - 6y' + y = 0; y'' + 12y' + 37y = 0; y'' - 2y' = 0$
29. $y'' + 5y = 0; 9y'' - 6y' + y = 0; y'' + 6y' + 8y = 0$	30. $y'' - y = 0; 4y'' + 8y' - 5y = 0; y'' - 6y' + 10y = 0$

5.10 Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння

1. $y'' + 6y' + 13y = -75 \sin 2x$	2. $y'' + 2y' + y = 6 \cdot e^{-x}$	3. $6y'' - y' - y = 3 \cdot e^{2x}$
4. $y'' - 2y' + 4y = 2e^{6x}$	5. $y'' - 2y' + 5y = 10 \cdot e^{-x} \cdot \cos 2x$	6. $y'' - 4y' + 29y = 104 \sin 5x$
7. $y'' - 3y' + 2y = 3 \cos x$	8. $y'' + 9y = 12x^2 - 27$	9. $y'' + 16y = 8 \cos 4x$
10. $y'' - 9y' + 20y = 126 \cdot e^{-2x}$	11. $y'' - 4y' + 5y = 4 \sin x \cdot e^{-2x}$	12. $2y'' + 7y' + 3y = 2 \sin 3x$

13. $y'' - 8y' + 12y = 24x^2 + 16x$	14. $y'' + 8y' + 25y = 18 \cdot e^{5x}$	15. $y'' - 12y' + 36y = 14 \cdot e^{6x}$
16. $y'' + y = 4 \cos x$	17. $y'' + 5y' = 39 \cos 3x$	18. $y'' + 2y' + 3y = 4 - 3x$
19. $y'' + 5y' = 52e^{2x}$	20. $y'' + 2y' - 24y = 6 \cos 3x$	21. $y'' - 5y' - 6y = 3 \cos x$
22. $y'' + y' = 2x - 1$	23. $y'' + 4y' = e^x 2 \sin 2x$	24. $y'' - 2y' - 8y = 12 \sin 2x$
25. $y'' - 3y' + 2y = (34 - 12x) \cdot e^{-x}$	26. $y'' + 36y = 36 + 66x$	27. $y'' - 6y' + 10y = 51e^{-x}$
28. $y'' + 6y' + 10y = 74 \cdot e^{3x}$	29. $y'' + y = 2 \cos x$	30. $y'' + 6y' + 9y = 48x \cdot e^x$