

КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Задача 8

Обчислити криволінійний інтеграл по дузі

- $\int_L \sqrt{2-z^2} (2z - \sqrt{x^2+y^2}) dl$ , де  $L$ -дуга кривої:  $x=t\cos t$ ,  $y=t\sin t$ ,  $z=t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$
- $\oint_L (x^2+y^2) dl$ , де  $L$ -коло  $x^2+y^2=4$
- $\int_{L_{OB}} \frac{dl}{\sqrt{8-x^2-y^2}}$ , де  $L_{OB}$ -відрізок прямої;  $O(0,0)$ ;  $B(2,2)$
- $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y}) dl$ , де  $L_{AB}$ -відрізок прямої;  $A(-1,0)$ ,  $B(0,1)$
- $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{5(x-y)}}$ , де  $L_{AB}$ -відрізок прямої;  $A(0,4)$ ,  $B(4,0)$
- $\int_L \frac{y dl}{\sqrt{x^2+y^2}}$ , де  $L$ -дуга кардіоїди  $\rho=2(1+\cos\varphi)$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$
- $\int_{L_{AB}} y dl$ , де  $L_{AB}$ -дуга астроїди  $x=\cos^3 t$ ;  $y=\sin^3 t$ ;  $A(1,0)$ ;  $B(0,1)$
- $\int_{L_{OB}} y dl$ , де  $L_{OB}$ - дуга параболи  $y^2 = \frac{2}{3}x$ ;  $O(0,0)$ ;  $B\left(\frac{35}{6}, \frac{\sqrt{35}}{3}\right)$
- $\oint_L xy dl$ , де  $L$ -контур прямокутника з вершинами:  $O(0,0)$ ,  $A(4,0)$ ,  $B(4,2)$ ,  $C(0,2)$
- $\int_L (x^2+y^2+z^2) dl$ , де  $L$ -дуга кривої:  $x=\cos t$ ,  $y=\sin t$ ,  $z=\sqrt{3}t$ ;  $0 \leq t \leq 2\pi$
- $\int_L \arctg \frac{y}{x} dl$ , де  $L$ - дуга кардіоїди  $\rho=2(1+\cos\varphi)$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$
- $\int_L \sqrt{2y} dl$ , де  $L$ - перша арка циклоїди:  $x=2(t-\sin t)$ ,  $y=2(1-\cos t)$ ;  $0 \leq t \leq 2\pi$
- $\int_{L_{OA}} \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+4}}$ , де  $L_{OA}$ - відрізок прямої;  $O(0,0)$   $A(1,2)$
- $\int_L \frac{(y^2-x^2)xy}{(x^2+y^2)^2} dl$ , де  $L$ - дуга кривої  $\rho=9\sin 2\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/4$
- $\oint_{L_{ABO}} (x+y) dl$ , де  $L_{ABO}$ - контур трикутника з вершинами:  $A(1,0)$ ,  $B(0,1)$ ,  $O(0,0)$
- $\int_L \frac{z^2}{x^2+y^2} dl$ , де  $L$ -перший виток гвинтової лінії:  $x=2\cos t$ ,  $y=2\sin t$ ,  $z=2t$ ;  $0 \leq t \leq 2\pi$
- $\oint_{L_{OAB}} (x+y) dl$ , де  $L_{OAB}$ -контур трикутника з вершинами:  $O(0,0)$   $A(-1,0)$ ,  $B(0,1)$
- $\int_L (x+y) dl$ , де  $L$ -контур лемніскати Бернуллі  $\rho^2=\cos 2\varphi$ ,  $\pi/4 \leq \varphi \leq 3\pi/4$
- $\oint_L \sqrt{x^2+y^2} dl$ , де  $L$ -коло  $x^2+y^2=2y$
- $\oint_{L_{OABC}} xy dl$ , де  $L_{OABC}$ -контур прямокутника з вершинами:  $O(0,0)$   $A(5,0)$ ,  $B(5,3)$ ,  $C(0,3)$
- $\oint_L (x^2+y^2) dl$ , де  $L$ -коло  $x^2+y^2=4x$
- $\int_{L_{AB}} (4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{y}) dl$ , де  $L_{AB}$ -дуга астроїди:  $x=\cos^3 t$ ;  $y=\sin^3 t$   $A(1,0)$ ;  $B(0,1)$
- $\oint_L xy dl$ , де  $L_{OABC}$ -контур квадрата, рівняння сторін якого:  $x=\pm 1$ ,  $y=\pm 1$

24.  $\int_L y^2 dl$ , де  $L$ -перша арка циклоїди:  $x=t-\sin t$ ,  $y=1-\cos t$   $0 \leq t \leq 2\pi$
25.  $\oint_{L_{ABCD}} xy dl$ , де  $L_{ABCD}$  - контур прямокутника:  $A(2,0)$ ,  $B(4,0)$ ,  $C(4,3)$ ,  $D(2,3)$
26.  $\int_L y dl$ , де  $L$ - дуга параболи  $y^2=2x$ , яка відсічена параболою  $x^2=2y$
27.  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{x-y}$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої;  $A(4,0)$ ,  $B(6,1)$
28.  $\oint_L (x-y) dl$ , де  $L$ -коло  $x^2+y^2=2x$  де  $L$ -перша чверть кола  $\rho=2$
29.  $\int_{L_{AB}} \frac{dl}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ , де  $L_{AB}$ -відрізок прямої  $A(1,1,1), B(2,2,2)$

30.  $\oint_L (x^2+y^2) dl$ , де  $L$ -коло  $x^2+y^2=4x$
31.  $\int_L \sqrt{2y} dl$ , де  $L$  - перша арка циклоїди:  $x=2(t-\sin t)$ ,  $y=2(1-\cos t)$ ;  $0 \leq t \leq 2\pi$
32.  $\oint_L \sqrt{x^2+y^2} dl$ , де  $L$ -коло  $x^2+y^2=2y$
33.  $\int_{L_{AB}} y dl$ , де  $L_{AB}$ -дуга астроїди  $x=\cos^3 t$ ;  $y=\sin^3 t$ ;  $A(1,0)$ ;  $B(0,1)$
34.  $\oint_L xy dl$ , де  $L$ -контур прямокутника з вершинами:  $O(0,0)$ ,  $A(4,0)$ ,  $B(4,2)$ ,  $C(0,2)$ ,

**Задача 9**      Обчислити криволінійний інтеграл по координатах

1.  $\int_{L_{AB}} (x^2-2xy)dx + (y^2-2xy)dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга параболи  $y=x^2$ ;  $A(-1,1)$ ,  $B(1,1)$
2.  $\int_{L_{AB}} \frac{x^2 dy - y^2 dx}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{y^5}}$ , де  $L_{AB}$  - дуга астроїди:  $x=2\cos^3 t$ ,  $y=2\sin^3 t$ ;  $A(2,0)$ ,  $B(0,2)$
3.  $\int_{L_{OA}} (x^2+y^2)dx + 2xydy$ , де  $L_{OA}$  - дуга кубічної параболи  $y=x^3$ ;  $O(0,0)$ ,  $A(1,1)$
4.  $\oint_L (x+2y)dx + (x-y)dy$ , де  $L$  - коло:  $x=2\cos t$ ,  $y=2\sin t$   
а. (додатний напрямок обходу контура)
5.  $\oint_L (x^2 y - x)dx + (y^2 x - 2y)dy$ , де  $L$  - дуга еліпса:  $x=3\cos t$ ,  $y=2\sin t$   
а. (додатний напрямок обходу контура)
6.  $\int_{L_{AB}} (xy-1)dx + x^2 y dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга еліпса:  $x=\cos t$ ,  $y=\alpha \sin t$ ;  $A(1,0)$ ,  $B(0,2)$
7.  $\int_{L_{OBA}} 2xydx - x^2 dy$ , де  $L_{OBA}$  - ламана:  $O(0,0)$ ,  $B(2,0)$ ,  $A(2,1)$
8.  $\int_{L_{AB}} (x^2-y^2)dx + xydy$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої;  $A(1,1), B(3,4)$
9.  $\int_{L_{AB}} \cos y dx - \sin x dy$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої;  $A(2\pi, -2\pi)$ ,  $B(-2\pi, 2\pi)$
10.  $\int_{L_{AB}} \frac{ydx + xdy}{x^2 + y^2}$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої;  $A(1,2)$ ,  $B(3,6)$
11.  $\int_{L_{AB}} xydx + (y-x)dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга кубічної параболи  $y=x^3$ ;  $A(0,0), B(1,1)$
12.  $\int_{L_{ABC}} (x^2+y^2)dx + (x+y^2)dy$ , де  $L_{ABC}$  - ламана;  $A(1,2)$ ,  $B(3,2), C(3,5)$

13.  $\int_{L_{OB}} xy^2 dx + yz^2 dy - x^2 z dz$ , де  $L_{OB}$  - відрізок прямої;  $O(0,0,0)$ ,  $B(-2,4,5)$
14.  $\int_{L_{OA}} y dx + x dy$ , де  $L_{OA}$  - дуга кола:  $x=R \cos t$ ,  $y=R \sin t$ ;  $O(R,0)$ ,  $A(0,R)$
15.  $\int_{L_{OA}} xy dx + (y-x) dy$ , де  $L_{OA}$  - дуга параболи  $y^2=x$ ;  $O(0,0)$ ,  $A(1,1)$
16.  $\int_{L_{AB}} x dx + y dy + (x-y+1) dz$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої;  $A(1,1,1)$ ,  $B(2,3,4)$
17.  $\int_{L_{AB}} (xy-1) dx + x^2 y dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга параболи  $y^2=4-4x$ ;  $A(1,0)$ ,  $B(0,2)$
18.  $\int_{L_{OB}} xy dx + (y-x) dy$ , де  $L_{OB}$  - дуга параболи  $y=x^2$ ;  $O(0,0)$ ,  $B(1,1)$
19.  $\int_{L_{OB}} (xy-y^2) dx + x dy$ , де  $L_{OB}$  - дуга параболи  $y=x^2$ ;  $O(0,0)$ ,  $B(1,1)$
20.  $\int_{L_{AB}} x dy - y dx$ , де  $L_{AB}$  - дуга астроїди:  $x=2 \cos^3 t$ ;  $y=2 \sin^3 t$ ;  $A(2,0)$ ,  $B(0,2)$
21.  $\int_{L_{AB}} (xy-x) dx + \frac{1}{2} x^2 dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга параболи  $y^2=4x$ ;  $A(0,0)$ ,  $B(1,2)$
22.  $\int_{L_{AB}} (xy-1) dx + x^2 y dy$ , де  $L_{AB}$  - відрізок прямої;  $A(1,0)$ ,  $B(0,2)$

23.  $\int_{L_{AB}} 2xy dx + y^2 dy + z^2 dz$ , де  $L_{AB}$  - дуга одного витка гвинтової лінії:  $x=\cos t$ ,  $y=\sin t$ ,  $z=2t$ ;  $A(1,0,0)$ ,  $B(1,0,4\pi)$
24.  $\int_{L_{AB}} \frac{y}{x} dx + x dy$ , де  $L_{AB}$  - дуга лінії  $y=\ln x$ ;  $A(1,0)$ ,  $B(e,1)$
25.  $\oint_L y dx + x dy$ , де  $L$  - дуга еліпса:  $x=3 \cos t$ ,  $y=2 \sin t$  (додатний напрямок обходу контура)
26.  $\int_{L_{OA}} 2xy dx + x^2 dy$ , де  $L_{OA}$  - дуга параболи  $y=\frac{x^2}{4}$ ;  $O(0,0)$ ,  $A(2,1)$
27.  $\int_{L_{AB}} (x^2+y^2) dx + (x^2-y^2) dy$ , де  $L_{AB}$  - ламана лінія  $y=|x|$ ;  $A(-1,1)$ ,  $C(0,0)$ ,  $B(2,2)$
28.  $\int_{L_{OA}} 2xy dx - x^2 dy + z dz$ , де  $L_{OA}$  - відрізок прямої;  $O(0,0,0)$ ,  $A(2,1,-1)$
29.  $\oint_L x dy - y dx$ , де  $L$  - контур трикутника з вершинами:  $A(-1,0)$ ,  $B(1,0)$ ,  $C(0,1)$  (додатний напрямок обходу контура)
30.  $\int_{L_{ABC}} (x^2+y) dx + (x+y^2) dy$ , де  $L_{ABC}$  - ламана:  $A(2,0)$ ,  $B(5,3)$ ,  $C(5,0)$ .