

ТЕМА ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ

ІЗ – 2.30

| 30 | Обчислити визначені інтеграли з точністю до 0,001 | | |
|--|---|--|--|
| <p>1. $\int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}}$</p> <p>$\int_0^\pi x^2 \sin x dx$</p> <p>$\int_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+2)}$</p> <p>$\int_1^{\sqrt{2}} \frac{dx}{x^5 \cdot \sqrt{x^2-1}}$</p> | <p>2. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx$</p> <p>$\int_0^{\pi/2} (x+3) \cdot \sin x dx$</p> <p>$\int_2^3 \frac{dx}{(x-1)^2(x+1)}$</p> <p>$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2+\cos x}$</p> | <p>3. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$</p> <p>$\int_{-1/3}^{-2/3} \frac{x}{e^{3x}} dx$</p> <p>$\int_2^3 \frac{dx}{x^2(x-1)}$</p> <p>$\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+3)^{1,5}}$</p> | |
| <p>4. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{1+x^2}$</p> <p>$\int_{-3}^0 (x-2)e^{-\frac{x}{3}} dx$</p> <p>$\int_2^3 \frac{x^3+x^2+2}{x(x^2-1)^2} dx$</p> <p>$\int_0^3 x^4 \cdot \sqrt{9-x^2} dx$</p> | <p>5. $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{1+x^8}$</p> <p>$\int_{-2}^0 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$</p> <p>$\int_{1/3}^{1/2} \frac{xdx}{(x-1)^3}$</p> <p>$\int_0^1 \frac{x^2 dx}{(x^2+1)^2}$</p> | <p>6. $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$</p> <p>$\int_{-1/2}^0 x \cdot e^{-2x} dx$</p> <p>$\int_4^6 \frac{dx}{x^3+6x^2+x+6}$</p> <p>$\int_0^{\pi/32} (2\cos^2 4x-1) dx$</p> | |
| <p>7. $\int_1^2 \frac{e^x}{x^2} dx$</p> <p>$\int_1^2 \frac{\ln(x+1) dx}{(1+x)^2}$</p> <p>$\int_3^5 \frac{(x^2+2) dx}{(x+1)^2(x-1)}$</p> <p>$\int_0^\pi \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{3} \cdot dx$</p> | <p>8. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$</p> <p>$\int_1^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} dx$</p> <p>$\int_0^{1/\sqrt{3}} \frac{2x^2+4}{x^3-x^2+x-1} dx$</p> <p>$\int_0^{\sqrt{6}} \sqrt{6-x^2} dx$</p> | <p>9. $\int_{\pi/18}^{\pi/6} \operatorname{ctg} 3x dx$</p> <p>$\int_0^4 x^3 \cdot \sqrt{x^2+9} dx$</p> <p>$\int_0^1 \frac{x^4+3x^2-1}{(x+1)^2} dx$</p> <p>$\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$</p> | |

| | | |
|--|--|--|
| <p>10. $\int_0^1 x^3 \cdot \sqrt{4+5x^4} dx$</p> <p>$\int_0^1 x \cdot \operatorname{arctg} x dx$</p> <p>$\int \frac{dx}{2x^4 - 1}$</p> <p>$\int_0^{\pi/3} \cos^3 x \cdot \sin 2x dx$</p> | <p>11. $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 + 4}}$</p> <p>$\int_1^{e^2} \sqrt{x} \cdot \ln x dx$</p> <p>$\int_3^5 \frac{(x^3 - 2x^2 + 4) dx}{x^3 (x-2)^2}$</p> <p>$\int_0^{\pi/3} \operatorname{tg}^2 x \cdot dx$</p> | <p>12. $\int_1^{\sqrt{3}} x \cdot \sqrt[3]{1+x^2} dx$</p> <p>$\int_0^1 \frac{\operatorname{arcsin} \frac{x}{2}}{\sqrt{2-x}} dx$</p> <p>$\int_0^1 \frac{3x^4 + 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx$</p> <p>$\int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin^3 x}$</p> |
| <p>13. $\int_0^1 x^2 (e^{x^3}) dx$</p> <p>$\int_0^{\pi/8} x^2 \cdot \sin 4x dx$</p> <p>$\int_1^2 \frac{dx}{x^3 + 1}$</p> <p>$\int_{-3}^3 x^2 \cdot \sqrt{9-x^2} dx$</p> | <p>14. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{4x^2 - 9}$</p> <p>$\int_0^1 \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$</p> <p>$\int_2^3 \frac{(x+2) dx}{x^2 (x-1)}$</p> <p>$\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2} dx$</p> | <p>15. $\int_3^8 \sqrt{1+x} dx$</p> <p>$\int_1^l x \cdot \ln^2 x dx$</p> <p>$\int_0^1 \frac{2x+3}{(x-2)^2} dx$</p> <p>$\int_0^{\pi} \sin^4 \frac{x}{2} dx$</p> |
| <p>16. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin^3 x \cdot \cos x dx$</p> <p>$\int_{-1/2}^{1/2} \arccos 2x dx$</p> <p>$\int_3^4 \frac{dx}{(x+1)(x-2)}$</p> <p>$\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^6} dx$</p> | <p>17. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$</p> <p>$\int_7^9 \frac{x^2 - x + 2}{x^4 - 5x^2 + 4} dx$</p> <p>$\int_1^2 \ln(3x+2) dx$</p> <p>$\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{3-x^2} dx$</p> | <p>18. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$</p> <p>$\int_0^{\pi/9} \frac{xdx}{\cos^2 3x}$</p> <p>$\int_{-1}^0 \frac{xdx}{x^3 - 1}$</p> <p>$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^3 + 1}{x^2 \cdot \sqrt{4-x^2}} dx$</p> |
| <p>19. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \cos x} dx$</p> <p>$\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$</p> <p>$\int_2^3 \frac{2x^4 - 5x^2 + 3}{x^2 - 1} dx$</p> | <p>20. $\int_0^{\sqrt{\pi/4}} \frac{x dx}{\cos^2(x^2)}$</p> <p>$\int_0^{\pi/4} x \cdot \operatorname{tg}^2 x dx$</p> <p>$\int_8^{10} \frac{(x^2 + 3) dx}{x^3 - x^2 - 6x}$</p> | <p>21. $\int_{3/4}^{4/3} \frac{dx}{1+x^2}$</p> <p>$\int_1^2 x^2 \cdot \ln x dx$</p> <p>$\int_{-1}^0 \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{(x-2)^2} dx$</p> <p>$\int_0^1 \sqrt{(1-x^2)^3} dx$</p> |

| | | |
|--|---|---|
| $\int_0^3 \frac{x^3}{\sqrt{9+x^2}} dx$ | $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{(1+x^2)^3}}$ | |
| <p>22. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$</p> <p>$\int_{\frac{1}{2}}^1 \arcsin(1-x) dx$</p> <p>$\int_0^4 \frac{x^5+1}{x^6+x^4} dx$</p> <p>$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{1+x^2}}$</p> | <p>23. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1-\cos^2 x}$</p> <p>$\int_1^2 (x-1) \cdot \ln x dx$</p> <p>$\int_0^1 \frac{x}{x^2+3x+2} dx$</p> <p>$\int_0^2 x^2 \cdot \sqrt{4-x^2} dx$</p> | <p>24. $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$</p> <p>$\int_1^l \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$</p> <p>$\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4} dx$</p> <p>$\int_2^3 \frac{3x^2+2x^2-3}{x^3-x} dx$</p> |
| <p>25. $\int_1^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^2 x dx$</p> <p>$\int_0^{\pi} (x+2) \cos \frac{x}{2} dx$</p> <p>$\int_2^3 \frac{x^7 dx}{1-x^4}$</p> <p>$\int_0^1 \sqrt{4-x^2} dx$</p> | <p>26. $\int_{\frac{\pi^2}{9}}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$</p> <p>$\int_{-1}^0 x \cdot \ln(1-x) dx$</p> <p>$\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^1 \frac{x^2 dx}{x^4-1}$</p> <p>$\int_0^3 \frac{dx}{(x^2+9)\sqrt{x^2+9}}$</p> | <p>27. $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$</p> <p>$\int_{-1}^0 (x+1) \cdot e^{-2x} dx$</p> <p>$\int_{-1}^1 \frac{y^5 dy}{y+2}$</p> <p>$\int_{2\sqrt{3}}^6 \frac{dx}{x^2 \cdot \sqrt{x^2-9}}$</p> |
| <p>28. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6+9}}$</p> <p>$\int_2^3 x \cdot \ln(x-1) dx$</p> <p>$\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^4+x^2} dx$</p> <p>$\int_{-0,5}^{0,5} \frac{dx}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}$</p> | <p>29. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^3 x dx$</p> <p>$\int_{\frac{3}{2}}^2 \operatorname{arctg}(2x-3) dx$</p> <p>$\int_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$</p> <p>$\int_{\sqrt{2}}^1 \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2} dx$</p> | <p>30. $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx$</p> <p>$\int_{-\pi}^{\pi} x \cdot \sin x \cdot \cos x dx$</p> <p>$\int_4^5 \frac{dx}{x^2(x-1)}$</p> <p>$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{1+\sin^2 x}$</p> |

31

Обчислити (з точністю до 0,001) площу фігури обмеженої зазначеними лініями

1. $y = (x-2)^3$,
 $y = 4x - 8$.
2. $y = x\sqrt{9-x^2}$, $y = 0$,
 $x \geq 0$.
3. $y = 4 - x^2$,
 $y = x^2 - 2x$.
4. $y = \sin x \cos^2 x$, $y = 0$,
 $(0 \leq x \leq \pi/2)$.
5. $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = 0$,
 $x = 0$, $x = 1$.
6. $y = x^2\sqrt{4-x^2}$, $y = 0$,
 $(0 \leq x \leq 2)$.
7. $y = \cos x \sin^2 x$, $y = 0$,
 $(0 \leq x \leq \pi/2)$.
8. $y = \sqrt{e^x - 1}$, $y = 0$, $x = \ln 2$.
9. $y = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}$, $y = 0$,
 $x = 1$, $x = e^3$.
10. $y = \arccos x$, $y = 0$, $x = 0$.
11. $y = (x+1)^2$,
 $y^2 = x+1$.
12. $y = 2x - x^2 + 3$
 $y = x^2 - 4x + 3$.
13. $y = x\sqrt{36-x^2}$, $y = 0$,
 $(0 \leq x \leq 6)$.
14. $x = \arccos y$, $x = 0$, $y = 0$.
- 1.15. $y = x \arctg x$, $y = 0$,
 $x = \sqrt{3}$.
16. $y = x^2\sqrt{8-x^2}$, $y = 0$,
 $(0 \leq x \leq 2\sqrt{2})$.
17. $x = \sqrt{e^y - 1}$, $x = 0$,
 $y = \ln 2$.
18. $y = x\sqrt{4-x^2}$, $y = 0$,
 $(0 \leq x \leq 2)$.
19. $y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}$, $y = 0$,
 $x = 1$.
20. $y = \frac{1}{1+\cos x}$, $y = 0$,
 $x = \pi/2$, $x = -\pi/2$.
21. $x = (y-2)^2$,
 $x = 4y - 8$.
22. $y = \cos^5 x \sin 2x$, $y = 0$,
 $(0 \leq x \leq \pi/2)$.

$$23. \quad y = \frac{x}{(x^2 + 1)^2}, \quad y = 0, \\ x = 1.$$

$$24. \quad x = 4 - y^2, \\ x = y^2 - 2y.$$

$$25. \quad y = \frac{1}{y\sqrt{1 + \ln y}}, \quad x = 0, \\ y = 1, \quad y = e^3.$$

$$26. \quad y = \frac{e^{1/x}}{x^2}, \quad y = 0, \quad x = 2, \\ x = 1.$$

$$27. \quad y = x^2 \sqrt{16 - x^2}, \\ y = 0, \quad (0 \leq x \leq 4).$$

$$28. \quad x = \sqrt{4 - y^2}, \quad x = 0, \quad y = 0, \\ y = 1.$$

$$29. \quad y = (x - 1)^2, \\ y^2 = x - 1.$$

$$30. \quad y = x^2 \cos x, \quad y = 0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

32. Обчислити (з точністю до 0,001) довжини дуг кривих, заданих у прямокутній системі координат

$$1. \quad y = \ln x, \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15}.$$

$$2. \quad y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2}, \quad 1 \leq x \leq 2.$$

$$3. \quad y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, \\ 0 \leq x \leq 7/9.$$

$$4. \quad y = \ln\left(\frac{5}{2x}\right), \quad \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$$

$$5. \quad y = 2 + \arcsin \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, \\ 1/4 \leq x \leq 1.$$

$$6. \quad y = \ln(x^2 - 1), \quad 2 \leq x \leq 3.$$

$$7. \quad y = \sqrt{1 - x^2} + \arccos x, \\ 0 \leq x \leq 8/9.$$

$$8. \quad y = \ln(1 - x^2), \quad 0 \leq x \leq 1/4.$$

$$9. \quad y = 2 + \operatorname{ch} x, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

$$10. \quad y = 1 - \ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \pi/6.$$

$$11. \quad y = e^x + 13, \\ \ln \sqrt{15} \leq x \leq \ln \sqrt{24}.$$

$$12. \quad y = -\arccos \sqrt{x} + \sqrt{x - x^2}, \\ 0 \leq x \leq 1/4.$$

13. $y = 2 - e^x$,
 $\ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{8}$.
14. $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$,
 $0 \leq x \leq \frac{15}{16}$.
15. $y = 1 - \ln \sin x$,
 $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
16. $y = 1 - \ln(x^2 - 1)$, $3 \leq x \leq 4$.
17. $y = \sqrt{x - x^2} - \arccos \sqrt{x} + 5$,
 $\frac{1}{9} \leq x \leq 1$.
18. $y = -\arccos x + \sqrt{1 - x^2} + 1$,
 $0 \leq x \leq \frac{9}{16}$.
19. $y = \ln \sin x$, $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.
20. $y = \ln\left(\frac{7}{x}\right)$,
 $\ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{8}$.
21. $y = \operatorname{ch} x + 3$, $0 \leq x \leq 1$.
22. $y = 1 + \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$,
 $0 \leq x \leq \frac{3}{4}$.
23. $y = \ln \cos x + 2$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}$.
24. $y = e^x + 2$,
 $\ln\sqrt{8} \leq x \leq \ln\sqrt{24}$.
25. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2} + 3$, $0 \leq x \leq 2$.
26. $y = \arccos \sqrt{x} - \sqrt{x - x^2} + 4$,
 $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$.
27. $y = \frac{e^{2x} + e^{-2x} + 3}{4}$,
 $0 \leq x \leq 2$.
28. $y = e^x + e^{-x}$,
 $\ln\sqrt{3} \leq x \leq \ln\sqrt{15}$.
29. $y = \operatorname{ch} x + 3$,
 $0 \leq x \leq 1$.
30. $y = \ln x$,
 $\ln 3 \leq x \leq \ln 8$.

3 Обчислити (з точністю до 0,001) об'єм тіла, утвореного обертанням фігури Φ навколо зазначеної вісі координат

1. $\Phi: \{y^2 = 4 - x^2, x = 0\}$ — вісь обертання Oy

2. $\Phi: \{\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2}, x = 0, y = 0\}$ – вісь обертання Ox
3. $\Phi: \left\{ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \right\}$ – вісь обертання Oy
4. $\Phi: \{y^3 = x^2, y = 0\}$ – вісь обертання Ox
5. $\Phi: \{x = 6(t - \sin t), y = 6(1 - \cos t)\}$ – вісь обертання Ox
6. $\Phi: \left\{ x = 3 \cos^2 t, y = 4 \sin^2 t, 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \right\}$ – вісь обертання Oy
7. $\Phi: \{y^2 = x, x^2 = y\}$ – вісь обертання Ox
8. $\Phi: \{y^2 = (x-1)^3, x = 2\}$ – вісь обертання Ox
9. $\Phi: \left\{ x = \sqrt{1-y^2}, y = \sqrt{1,5} \cdot x, y = 0 \right\}$ – вісь обертання Ox
10. $\Phi: \{y = \sin x, y = 0, 0 \leq x \leq \pi\}$ – вісь обертання Ox
11. $\Phi: \{y^2 = 4x, x^2 = 4y\}$ – вісь обертання Ox
12. $\Phi: \{x = 2 \cos t, y = 5 \sin t\}$ – вісь обертання Oy
13. $\Phi: \{y = x^2, 8x = y^2\}$ – вісь обертання Oy
14. $\Phi: \{y = e^x, x = 0, y = 0, x = 1\}$ – вісь обертання Ox
15. $\Phi: \left\{ y^2 = \frac{4}{3} \cdot x, x = 3 \right\}$ – вісь обертання Ox
16. $\Phi: \{y = 2x - x^2, y = 0\}$ – вісь обертання Ox
17. $\Phi: \{\rho = 2(1 + \cos \varphi)\}$ – вісь обертання полярна вісь

18. $\Phi: \{x = 7 \cos^3 t, y = 7 \sin^3 t\}$ — вісь обертання Oy
19. $\Phi: \left\{ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1 \right\}$ — вісь обертання Ox
20. $\Phi: \{x^3 = (y-1)^2, x=0, y=0\}$ — вісь обертання Ox
21. $\Phi: \{xy = 4, 2x + y - 6 = 0\}$ — вісь обертання Ox
22. $\Phi: \{x = \sqrt{3} \cos t, y = \sqrt{3} \sin t\}$ — вісь обертання Oy
23. $\Phi: \{y = 2 - x^2, y = x^2\}$ — вісь обертання Ox
24. $\Phi: \{y = -x^2 + 8, y = x^2\}$ — вісь обертання Ox
25. $\Phi: \{y = x^3, x = 0, y = 8\}$ — вісь обертання Oy
26. $\Phi: \{x = \sqrt{3} \cos t, y = 2 \sin t\}$ — вісь обертання Ox
27. $\Phi: \{2y = x^2, 2x + 2y - 3 = 0\}$ — вісь обертання Ox
28. $\Phi: \{y = x - x^2, y = 0\}$ — вісь обертання Ox
29. $\Phi: \left\{ y = -\frac{x^2}{2} + 2, x + y = 2 \right\}$ — вісь обертання Oy
30. $\Phi: \{y^2 = (x+4)^3, x=0\}$ — вісь обертання Ox