

ТЕМА ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ ТА ЙОГО ЗАСТОСУВАННЯ

ІЗ – 2.14

Знайти похідну зазначених функцій					
1	$y = \sqrt{(x-3)^7} + \frac{9}{7x^2 - 5x - 8}$ $y = \sin^4(3x) \cdot \operatorname{arctg}(2x^3)$ $y = \frac{\cos^2(3x)}{\lg(3x-4)}$ $y = \frac{21g(x+5)}{(3x+1)^4}$ $y = (\ln x)^{\lg x}$	11	$y = \sqrt[3]{3x^4 + 2x - 5} + \frac{4}{(x-2)^5}$ $y = \operatorname{arctg}^3(4x) \cdot 3^{\sin x}$ $y = \frac{\cos^4(7x-1)}{\lg(x+5)}$ $y = \frac{5 \log_2(x^2+1)}{(x-3)^4}$ $y = (\operatorname{tg} x)^{\ln x}$	21	$y = \sqrt[5]{(x+4)^6} + \frac{2}{2x^2 - 3x + 7}$ $y = \arcsin^3(2x) \cdot \operatorname{ctg}(7x^4)$ $y = \frac{\lg^3 x}{\sin(5x^2)}$ $y = \frac{6 \log_3(2x+9)}{(x+4)^2}$ $y = (\operatorname{ctg} x)^{\lg x}$
2	$y = \sqrt[5]{(x-2)^6} - \frac{3}{7x^3 - x^2 - 4}$ $y = \cos^3(4x) \cdot \operatorname{arccctg} \sqrt{x}$ $y = \frac{\log_3(4x+5)}{2 \operatorname{ctg} \sqrt{x}}$ $y = \frac{\arcsin(3x+8)}{(x-7)^3}$ $y = (\ln x)^{\operatorname{ctg} x}$	12	$y = \sqrt[5]{3x^2 + 4x - 5} - \frac{4}{(x-4)^4}$ $y = 4^{-x} \cdot \ln^5(x+2)$ $y = \frac{\sin^3(5x+1)}{\lg(3x-2)}$ $y = \frac{5 \lg(5x+7)}{(x-7)^2}$ $y = (\ln x)^{\sin x}$	22	$y = \frac{7}{(x-1)^3} - \sqrt[3]{5x^2 + 4x + 3}$ $y = \ln^5 x \cdot \operatorname{arctg}(5x^3)$ $y = \frac{\log_5(3x-7)}{\operatorname{ctg}(7x^2)}$ $y = \frac{4 \arccos(3x)}{(x+2)^5}$ $y = (\sin x)^{\ln x}$
3	$y = \frac{4}{(x-7)^3} - \sqrt[3]{(3x^2 - x + 1)^4}$ $y = \sin^3(2x) \cdot \cos(8x^5)$ $y = \frac{\operatorname{arccctg}^4(5x)}{\operatorname{sh} \sqrt{x}}$ $y = \frac{\lg(x^2 + 2x)}{(x+8)^4}$ $y = (\arcsin x)^{\sqrt{x}}$	13	$y = \sqrt[3]{(x-1)^5} - \frac{5}{2x^2 - 4x + 7}$ $y = 5^{x^2} \cdot \arccos(2x^2)$ $y = \frac{\sin^3(4x+3)}{\ln(7x+1)}$ $y = \frac{2 \ln(3x-10)}{(x+5)^7}$ $y = (\operatorname{arc} \sin x)^{\lg x}$	23	$y = \frac{3}{(x+2)^5} - \sqrt[7]{5x - 7x^2 - 3}$ $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin(7x^4)$ $y = \frac{\arccos(3x^4)}{\operatorname{th}^2 x}$ $y = \frac{3 \log_2(5x-4)}{(x-3)^5}$ $y = (\operatorname{arctg} x)^{\sqrt{x}}$
4	$y = \sqrt[3]{5 + 4x - x^2} - \frac{5}{(x+1)^3}$ $y = \cos^4(3x) \cdot \arcsin(3x^2)$	14	$y = \sqrt[3]{(x-3)^4} - \frac{3}{2x^3 - 3x + 1}$ $y = \arccos^2(4x) \cdot \ln(x-3)$	24	$y = \frac{3}{x-4} + \sqrt[6]{(2x^2 - 3x + 1)^5}$ $y = \operatorname{ctg}^7 x \cdot \arccos(2x^3)$

	$y = \frac{\operatorname{ctg}^2(5x)}{\ln(7x-2)}$ $y = \frac{4\log_2(3x-5)}{(x-2)^2}$ $y = (\sin x)^{\sqrt{x}}$		$y = \frac{\sin^3(5x)}{\ln(2x-3)}$ $y = \frac{2\ln(2x^2+3)}{(x+7)^4}$ $y = (\arccos x)^{\ln x}$		$y = \frac{\lg(11x+3)}{\cos^2(5x)}$ $y = \frac{3\ln(x^2+5)}{(x-7)^3}$ $y = (\sqrt{x})^{\sin x}$
5	$y = \frac{3}{(x+4)^2} - \sqrt[3]{4+3x-x^4}$ $y = e^{\cos x} \cdot \operatorname{ctg} 8x^3$ $y = \frac{\ln(5x-3)}{4\operatorname{tg}(3x^4)}$ $y = \frac{\log_7(2x^2+5)}{(x-4)^2}$ $y = (\ln x)^{\lg x}$	15	$y = \sqrt{3x^4-2x^3+x} - \frac{4}{(x+2)^3}$ $y = e^{-x} \cdot \operatorname{tg}(7x^6)$ $y = \frac{\operatorname{tg}^3(2x)}{\lg(5x+1)}$ $y = \frac{7\log_5(x^2+x)}{(x+3)^3}$ $y = (\lg x)^{\ln x}$	25	$y = \sqrt[5]{7x^2-3x+5} - \frac{5}{(x-1)^3}$ $y = \operatorname{tg}^4 x \cdot \arcsin(4x^5)$ $y = \frac{\lg^2(x-2)}{\lg(x+3)}$ $y = \frac{8\ln(4x+5)}{(x-1)^5}$ $y = (\cos x)^{\sqrt{x}}$
6	$y = \sqrt{(x-4)^7} - \frac{10}{(3x^2-5x+1)}$ $y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arctg}(5x^3)$ $y = \frac{\ln(x+2)}{\sin(2x^5)}$ $y = \frac{3\arcsin(2x-7)}{(x+2)^4}$ $y = (\lg x)^{\cos x}$	16	$y = \frac{2}{(x-1)^{\frac{3}{2}}} - \frac{8}{6x^2+3x-7}$ $y = \cos^5(3x) \cdot \operatorname{tg}(4x+1)^3$ $y = \frac{\operatorname{ch}^2(x-2)}{\arccos(3x)}$ $y = \frac{6\arcsin(x+5)}{(x-2)^5}$ $y = (\ln x)^{\cos x}$	26	$y = \sqrt{1+5x-2x^2} + \frac{3}{(x-3)^4}$ $y = \operatorname{tg}^3(2x) \cdot \arcsin(x^5)$ $y = \frac{\operatorname{arctg}^3(2x+1)}{\operatorname{ch}\sqrt{x}}$ $y = \frac{7\arccos(4x-1)}{(x+2)^4}$ $y = (\lg x)^{\sin x}$
7	$y = \frac{7}{(x+2)^5} - \sqrt{8-5x+2x^2}$ $y = \operatorname{ctg} x \cdot \arccos(3x^2)$ $y = \frac{\operatorname{sh}^5 x}{\arccos(4x)}$ $y = \frac{\ln(7x+2)}{(x-6)^4}$ $y = (\cos x)^{\ln x}$	17	$y = \sqrt[4]{(x-1)^5} - \frac{4}{7x^2-3x+2}$ $y = \cos^5 x \cdot \arccos(4x)$ $y = \frac{\operatorname{tg}^4(5x)}{\ln(x+7)}$ $y = \frac{7\operatorname{arctg}(4x+1)}{(x-4)^2}$ $y = (\sin x)^{\ln x}$	27	$y = \frac{3}{(x-4)^7} - \sqrt{5x^2-4x+3}$ $y = \sin^5(3x) \cdot \operatorname{arctg}\sqrt{x}$ $y = \frac{\operatorname{th}(3x^5)}{\operatorname{arctg}^2(3x)}$ $y = \frac{9\operatorname{arctg}(x+7)}{(x-1^2)}$ $y = (\cos x)^{\lg x}$
8	$y = \sqrt{(x-4)^5} + \frac{5}{(2x^2+4x-1)^2}$ $y = \sin^3(7x) \cdot \operatorname{arctg}(5x^2)$	18	$y = \sqrt[3]{4x^2-3x-4} - \frac{2}{(x-3)^5}$ $y = \sin^2(3x) \cdot \operatorname{arctg}(3x^5)$	28	$y = \sqrt[4]{3x^2-x+5} - \frac{3}{(x-5)^4}$ $y = \cos \sqrt[5]{x} \cdot \operatorname{arctg}(x^4)$

	$y = \frac{\log_2(7x-5)}{\operatorname{tg}\sqrt{x}}$ $y = \frac{4\lg(3x+7)}{(x+1)^7}$ $y = (\sqrt{x})^{\operatorname{arctg} x}$		$y = \frac{\arcsin^2(4x)}{\operatorname{th}(5x-3)}$ $y = \frac{8\operatorname{arctg}(2x+3)}{(x+1)^3}$ $y = (\lg x)^{\ln x}$		$y = \frac{\operatorname{th}^4(2x+5)}{\operatorname{arc}\cos(3x)}$ $y = \frac{3\operatorname{arctg}(2x-5)}{(x+1)^4}$ $y = (\sqrt{x})^{\operatorname{arcsin} x}$
9	$y = \sqrt[3]{5x^4 - 2x - 1} + \frac{8}{(x-5)^2}$ $y = \operatorname{tg}^6(2x) \cdot \cos(7x^2)$ $y = \frac{\operatorname{tg}^3(7x)}{\ln(3x+2)}$ $y = \frac{4\log_3(3x+1)}{(x+1)^2}$ $y = (\sin x)^{\frac{2}{x}}$	19	$y = \sqrt[5]{3-7x+x^2} - \frac{4}{(x-7)^5}$ $y = \operatorname{tg}^3(2x) \cdot \operatorname{arccos}(2x^3)$ $y = \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2x}}{\operatorname{sh}^2 x}$ $y = \frac{2\operatorname{arctg}(3x+2)}{(x-3)^2}$ $y = (\cos x)^{\frac{1}{x}}$	29	$y = \frac{3}{4x-3x^2+1} - \sqrt{(x+1)^5}$ $y = 2^{\operatorname{tg} x} \cdot \operatorname{arctg}^5(3x)$ $y = \frac{\operatorname{tg}(3x-5)}{\ln^2(x+3)}$ $y = \frac{7\log_4(2x-5)}{(x-1)^5}$ $y = (\sqrt{x})^{\operatorname{ctg} x}$
10	$y = \sqrt[4]{5x^2 - 4x + 1} - \frac{7}{(x-5)^2}$ $y = \operatorname{tg}\sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg}(3x^5)$ $y = \frac{\operatorname{cth}^3(x+1)}{\operatorname{arccos}(2x)}$ $y = \frac{4\ln(3x+7)}{(x-5)^3}$ $y = (\sqrt{x})^{\operatorname{tg} x}$	20	$y = \sqrt[3]{(x-7)^5} + \frac{5}{4x^2+3x-5}$ $y = \operatorname{ctg} x \cdot \operatorname{arccos}(x^4)$ $y = \frac{\operatorname{arccos}(4x^3)}{\operatorname{sh}^4 x}$ $y = \frac{3\log_4(2x+9)}{(x-7)^2}$ $y = (\operatorname{ctg} x)^{\sqrt{x}}$	30	$y = \sqrt[3]{(x-8)^4} - \frac{2}{1+3x-4x^2}$ $y = \operatorname{ctg}^3(4x) \cdot \operatorname{arcsin}\sqrt{x}$ $y = \frac{\operatorname{cth}^2(3x-1)}{\operatorname{arccos}(x^2)}$ $y = \frac{2\log_3(4x-7)}{(x+3)^4}$ $y = (\operatorname{tg} x)^{\sqrt{x}}$

ІЗ – 2.15

Знайти y' і y'' зазначених функцій					
1	$\operatorname{arctg} y = 4x^2 + 5y$ $\begin{cases} x = \ln t : t \\ y = t \ln t \end{cases}$	11	$y = x + \operatorname{arctg} y^2$ $\begin{cases} x = 2\cos^2 t \\ y = 3\sin^2 t \end{cases}$	21	$\ln y = y/x + 7$ $\begin{cases} x = t^4 \\ y = \ln t \end{cases}$
2	$\frac{x^2}{5} + \sin y = 2$ $\begin{cases} x = e^{-2t} \\ y = e^{4t} \end{cases}$	12	$y^2 + x^2 = \sin y$ $\begin{cases} x = \sqrt{t} \\ y = \sqrt[5]{t} \end{cases}$	22	$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{7} = 1$ $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln(1+t^2) \end{cases}$

3	$xy^2 = \operatorname{ctg} y$ $\begin{cases} x = t + t^{-1} \\ y = e^t \end{cases}$	13	$\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{7} + y^2$ $\begin{cases} x = te^t \\ y = t : e^t \end{cases}$	23	$3y = 7 + xy^3$ $\begin{cases} x = \arccos t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$
4	$xy^2 - 6 = \cos y$ $\begin{cases} x = 4\cos^3 t \\ y = 2\sin t \end{cases}$	14	$y^2 = 25x - 4\ln y$ $\begin{cases} x = e^{3t} \\ y = e^{-3t}t \end{cases}$	24	$3x + \sin y^2 = 5y$ $\begin{cases} x = \sqrt[3]{(t-1)^2} \\ y = \sqrt{t-1} \end{cases}$
5	$e^y = 7x - 4y^2$ $\begin{cases} x = 2t : (1+t^3) \\ y = t^2 : (t^2-1) \end{cases}$	15	$\operatorname{tgy} = 4y^2 - 5x$ $\begin{cases} x = e^{2t}t \\ y = e^{-2t}t \end{cases}$	25	$\sin x = 7x + 3y^2$ $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \ln t \end{cases}$
6	$x^3 + y^3 = 5x + y$ $\begin{cases} x = (t+2)^{-1} \\ y = t^2 : (t+2)^2 \end{cases}$	16	$x^4 + x^2y^2 + y = 4$ $\begin{cases} x = \arcsin t \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$	26	$y = 7x + \operatorname{ctg} y^2$ $\begin{cases} x = e' \cos t \\ y = e' \sin t \end{cases}$
7	$\sin^2(3x + y^2) = 5 + y$ $\begin{cases} x = 6\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{cases}$	17	$4\sin^2(x + y) = x$ $\begin{cases} x = 4t + 2t^2 \\ y = 5t^3 - 3t^2 \end{cases}$	27	$y^2 - x = \cos y$ $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 4e^{2t} \end{cases}$
8	$y^2 = 8x + \sin y$ $\begin{cases} x = (2t+3)\cos t \\ y = 3t^3 \end{cases}$	18	$\operatorname{tgy} = 3x + 5y^3$ $\begin{cases} x = 5\cos^2 t \\ y = 3\sin t \end{cases}$	28	$y = e^y + 4x$ $\begin{cases} x = \sqrt{t^2-1} \\ y = (t+1) : \sqrt{t^2-1} \end{cases}$
9	$y^2 = (x-y) : (x+y)$ $\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$	19	$y^2 = x + \ln(y/x)$ $\begin{cases} x = \ln^2 t \\ y = t + \ln t \end{cases}$	29	$\operatorname{ctg}^2(x+y) = 5x + y$ $\begin{cases} x = 6t^2 + e^t \\ y = 6t^2 - e^t \end{cases}$
10	$xy^2 - y^3 = 4x - 5$ $\begin{cases} x = \ln t : t \\ y = t^2 \ln t \end{cases}$	20	$\sin y = xy^2 + 5$ $\begin{cases} x = 3(t - \sin t) \\ y = 3(1 - \cos t) \end{cases}$	30	$x^2y^2 + x = 5y$ $\begin{cases} x = 3(\sin t - t \cos t) \\ y = 3(\cos t + t \sin t) \end{cases}$

ІЗ-2.16

3 Розв'язати наступні задачі

16.1. Записати рівняння дотичної до кривої $y = x^2 - 7x + 3$ у точці з абсцисою $x = 1$.

16.2. Записати рівняння нормалі до кривої $y = x^2 - 16x + 7$ у точці з абсцисою $x = 1$.

- 16.3. Записати рівняння дотичної до кривої $y = \sqrt{x-4}$ у точці з абсцисою $x = 8$.
- 16.4. Записати рівняння нормалі до кривої $y = \sqrt{x+4}$ у точці з абсцисою $x = -3$.
- 16.5. Записати рівняння дотичної до кривої $y = x^3 - 2x^2 + 4x - 7$ у точці з абсцисою $x = 2$.
- 16.6. Записати рівняння дотичної до кривої $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$ у точці з абсцисою $x = 1$.
- 16.7. Визначити кутовий коефіцієнт дотичної до кривої $x^2 - y^2 + xy - 11 = 0$ у точці $M(3, 2)$.
- 16.8. У якій точці кривої $y^2 = 4x^3$ її дотична перпендикулярна до прямої $x + 3y - 1 = 0$?
- 16.9. Записати рівняння дотичної до кривої $y = x^2 - 6x + 2$ у точці з абсцисою $x = 2$.
- 16.10. Записати рівняння дотичної до кривої $y = x^2/4 - x + 5$ у точці з абсцисою $x = 4$.
- 16.11. Записати рівняння нормалі до кривої $y = x^4/4 - 27x + 60$ у точці з абсцисою $x = 2$.
- 16.12. Записати рівняння дотичної до кривої $y = -2x^2 + 7x - 8$ у точці з абсцисою $x = 3$.
- 16.13. Записати рівняння нормалі до кривої $y = 3tg(2x) + 1$ у точці з абсцисою $x = \pi/2$.
- 16.14. Записати рівняння дотичної до кривої $y = 4tg(3x)$ у точці з абсцисою $x = \pi/9$.
- 16.15. Записати рівняння нормалі до кривої $y = 6tg(5x)$ у точці з абсцисою $x = \pi/20$.
- 16.16. Записати рівняння дотичної до кривої $y = \sin(6x)$ у точці з абсцисою $x = \pi/18$.
- 16.17. З'ясувати, в яких точках кривої $y = \sin(2x)$ її дотична утворює з віссю Ox кут $\pi/4$.
- 16.18. З'ясувати, в яких точках кривої $y = 2x^3 - 1$ її дотична утворює з віссю Ox кут $\pi/3$.
- 16.19. З'ясувати, в яких точках кривої $y = x^3/3 - x^2/2 - 7x + 9$ її дотична утворює з віссю Ox кут $-\pi/4$.
- 16.20. З'ясувати, в яких точках кривої $y = x^3/3 - 5x^2/2 + 7x + 4$ її дотична утворює з віссю Ox кут $\pi/4$.
- 16.21. Знайти точки на кривій $y = x^3/3 - 9x^2/2 + 20x - 7$, в яких її дотична паралельна вісі Ox .
- 16.22. Знайти точку на кривій $y = x^4/4 - 7$, в якій її дотична паралельна прямій $y = 8x - 4$.
- 16.23. Знайти точку на кривій $y = -3x^2 + 4x + 7$, в якій її дотична перпендикулярна до прямої $x - 20y + 5 = 0$.
- 16.24. Знайти точку на кривій $y = 5x^2 - 4x + 1$, в якій її дотична перпендикулярна до прямої $x + 6y + 15 = 0$.
- 16.25. Знайти точку на кривій $y = 3x^2 - 4x + 6$, в якій її дотична перпендикулярна до прямої $8x - y - 5 = 0$.
- 16.26. Знайти точку на кривій $y = 3x^2 - 5x - 11$, в якій її дотична перпендикулярна до прямої $x - y + 10 = 0$.
- 16.27. Знайти точку на кривій $y = -x^2 + 7x + 16$, в якій її дотична перпендикулярна до прямої $y = 3x + 4$.
- 16.28. З'ясувати, в якій точці кривої $y = 4x^2 - 10x - 13$, її дотична паралельна прямій $y = 6x - 7$.
- 16.29. З'ясувати, в якій точці кривої $y = 7x^2 - 5x + 4$, її дотична перпендикулярна до прямої $x + 23y - 1 = 0$.
- 16.30. З'ясувати, в якій точці кривої $y = x^2/4 - 7x + 5$, її дотична перпендикулярна до прямої $y = 2x + 5$.

ІЗ-2.17

Розв'язати наступні задачі.

- 17.1. Траєкторія руху тіла – кубічна парабола $12y = x^3$. У яких точках на кривій швидкості зростання абсциси і ординати будуть однакові?
- 17.2. Закон руху матеріальної точки $s = \frac{3}{4}t^2 - 3t + 7$. В який момент часу швидкість буде дорівнювати 2 м/с?
- 17.3. Дві матеріальні точки рухаються за законами: $x = 4t^2 - 7$ і $x = 3t^2 - 4t + 38$. З якою швидкістю ці точки віддаляються друг від друга у момент зустрічі?

- 17.4. Матеріальна точка рухається по гіперболі $xy = 12$ так, що її абсциса x рівномірно зростає зі швидкістю 1 м/с. З якою швидкістю змінюється її ордината, коли вона проходить точку $M(6, 2)$?
- 17.5. У якій точці параболи $y^2 = 4x$ ордината зростає вдвічі швидше, ніж абсциса?
- 17.6. Закон руху матеріальної точки $S = t^4 - 3t^2 + 2t - 4$. Знайти швидкість руху точки в момент часу $t = 2$ с.
- 17.7. Закон руху матеріальної точки $S = 3t^4 - t^3 + 4t^2 + 6$. Знайти швидкість руху точки в момент часу $t = 2$ с.
- 17.8. Закон руху матеріальної точки $S = 4\cos\left(\frac{1}{4}t + \frac{\pi}{4}\right) + 6$. Знайти швидкість руху в момент часу $t = \pi$ с.
- 17.9. Закон руху матеріальної точки $S = 4\sin\left(\frac{1}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) - 8$. Знайти швидкість точки в момент часу $t = \pi/2$ с.
- 17.10. Закон руху матеріальної точки $S = -3\cos\left(\frac{1}{4}t + \frac{\pi}{12}\right) + 10$. Знайти швидкість точки в момент часу $t = \pi/3$ с.
- 17.11. Закон руху матеріальної точки $S = \frac{5}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 7$. В який момент часу її швидкість буде дорівнювати $V = 42$ м/с.
- 17.12. Закон руху матеріальної точки $S = 4t^3 - 2t^2 + 11$. В який момент часу її швидкість буде дорівнювати $V = 190$ м/с.
- 17.13. Закон руху матеріальної точки $S = \frac{5}{3}t^3 - 2t + 7$. Знайти швидкість руху точки в момент часу $t = 2$ с.
- 17.14. Закон руху матеріальної точки $S = 2t^5 - 6t^3 - 58$. Знайти швидкість руху точки в момент часу $t = 4$ с.
- 17.15. Дві матеріальні точки рухаються за законами: $x = 3t^2 - 8$ і $x = 2t^2 + 5t + 6$. З якою швидкістю ці точки віддаляються друг від друга в момент зустрічі?
- 17.16. Дві матеріальні точки рухаються за законами: $x = 5t^2 - t + 6$ і $x = 4t^2 + 18$. В який момент часу їх швидкості будуть рівними?
- 17.17. Дві матеріальні точки рухаються за законами: $x = \frac{4}{3}t^3 - 7t + 16$ і $x = t^3 + 2t^2 + 5t - 8$. В який момент часу їх швидкості будуть рівними?
- 17.18. Закон руху матеріальної точки $S = \frac{1}{3}t^3 - 2t^2 - 11t + 275$. В який момент часу її швидкість буде дорівнювати $V = 10$ м/с?
- 17.19. Матеріальна точка рухається по гіперболі $xy = 20$ так, що її абсциса x рівномірно зростає зі швидкістю 1 м/с. З якою швидкістю змінюється її ордината, коли вона проходить точку $M(4, 5)$?
- 17.20. У якій точці параболи $y^2 = 8x$ ордината зростає вдвічі швидше, ніж абсциса?
- 17.21. Дві матеріальні точки рухаються за законами: $x = 5t^2 + 2t + 6$ і $x = 4t^2 + 3t + 18$. З якою швидкістю ці точки віддаляються друг від друга в момент зустрічі?
- 17.22. У якій точці кривої $y^2 = 16x$ її ордината зростає у чотири рази швидше, ніж її абсциса?
- 17.23. У якій точці параболи $x^2 = 9y$ її абсциса зростає вдвічі швидше, ніж її ордината?
- 17.24. Дві матеріальні точки рухаються за законами: $x = 2t^3 - 2t^2 + 6t - 7$ і $x = \frac{5}{3}t^3 - t^2 + 14t + 4$. В який момент часу їх швидкості будуть рівними?
- 17.25. У якій точці параболи $x^2 = 10y$ її абсциса зростає в п'ять разів швидше, ніж її ордината?
- 17.26. Закон руху матеріальної точки $S = \frac{1}{3}t^3 - \frac{1}{2}t^2 - 30t + 18$. В який момент часу швидкість її буде дорівнювати 0 м/с?

- 17.27. Тіло рухається по прямій за законом $S = \frac{1}{3}t^3 - \frac{7}{2}t^2 + 10t - 16$. Визначити швидкість і прискорення руху тіла. В які моменти часу воно змінює напрямок руху?
- 17.28. Залежність між масою X речовини, яку отримують в якійсь хімічній реакції, і часом t_x визначається рівнянням $x = 7(1 - e^{-4t})$. Знайти швидкість реакції у випадку, коли $t = 0$ с.
- 17.29. Матеріальна точка рухається прямолінійно так, що $V^2 = 6S$, де V – швидкість, S – подоланий шлях. Визначити прискорення точки в момент, коли швидкість дорівнює 6 м/с.
- 17.30. Закон руху матеріальної точки $S = t^3 + 3t - 1$. Знайти її швидкість в момент часу $t = 2$ с.

ІЗ – 2.18

Знайти границю за правилом Лопіталя

1	2	3
$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctgx}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x^2)}{\cos(3x) - e^{-x}}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\operatorname{tg}x} - 1}{\operatorname{tg}x - x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{6}}{1 - x^2}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{1 - x^3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\operatorname{ctgx}}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(4x)}{5 - 5e^{-x}}$
4	5	6
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^5}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(2x)}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(e^x - 1)}{\cos x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x + \sin x}{1 - e^{2x}}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2\sqrt{x}} - 1}{\sqrt{\sin(4x)}}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1 - x) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{\operatorname{ctg}(\pi x)}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin^2(2x)}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{\operatorname{tg}x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}$
7	8	9
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x + 5)}{\sqrt[4]{x + 3}}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \ln(x - 1)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - \cos(4x)}{e^{8x} - \cos(8x)}$	$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi x}{2}\right)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \operatorname{tg}(4x) - 12 \operatorname{tg}x}{3 \sin(4x) - 12 \sin x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 2x)}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{1 - \cos x}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x \sin\left(\frac{7}{6x}\right) \right)$

10	11	12
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{1+2x} + 1}{\sqrt{2+x} + x}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x+7)}{\sqrt[7]{x-3}}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{4^x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \arcsin\left(\frac{x-2}{2}\right) \operatorname{ctg}(x-2)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi/x}{\operatorname{ctg}(2,5x)}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi/x}{\operatorname{ctg}(\pi x/2)}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^5-32}$ $\lim_{x \rightarrow 0} (1-\cos(2x)) \operatorname{ctg}(4x)$
13	14	15
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x^2}{x^2 - \sin x^2}$ $\lim_{x \rightarrow 0} (1-e^{2x}) \operatorname{ctgx}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \ln 2x \ln(2x-1)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} (4^{1/x} - 1)x$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos x \ln(1-x)}{\ln(e^x - e)}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-\sqrt{x}} - \frac{1}{1-x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 7x + 6}$ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) \ln(1-x)}$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x^2 \sin\left(\frac{4}{x^2}\right) \right)$
16	17	18
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\sin mx)}{\ln(\sin x)}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$ $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^3 e^{-x})$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{2 \sin x + x}$ $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{x-1}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{\operatorname{tg} x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sin(\pi x : 2)}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \left(\frac{3}{3x-1} - \frac{1}{\ln(3x)} \right)$ $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 e^{-0,01x})$
19	20	21
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg}(5x)}$ $\lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(3x)}{1-\cos(5x)}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$	$\lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$ $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$ $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x)^{\log_2 x}$
22	23	24
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x - 2 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{\sin x}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{3}{x}\right)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{arctg} x}{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{x^2}} - 1}{2 \operatorname{arctg} x^2 - \pi}$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{4^x - 1}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 4^{\sin x}}{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 2x)}{\ln(\cos 4x)}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} - 1}{2 \sin^2 x - 1}$
25	26	27
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{\ln(x+1)} - 1}{x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg}(3x)}{1 - \cos x}$
$\lim_{x \rightarrow \pi} (\pi - x) \operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} \right)$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 4^x}{x \sqrt{1 - x^2}}$	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{3x^4}$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{15} - 1}{x^{30} - 1}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2}}{\cos x - \frac{x^2}{2} - 1}$
28	29	30
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x^2}{\sin x - \sin(4x)}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{4x - \sin x}$	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}$
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2a}} \frac{1 - \sin ax}{(2ax - \pi)^2}$	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^5 - 32}$	$\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg}(2x)}$	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2x) - 3 \arcsin x}{x^3}$

ІЗ – 2.19.

19 Знайти найбільше і найменше значення функції $y = f(x)$ на відрізку $[a; b]$

- | | |
|---|---|
| <p>1 $y = \ln(x^2 - 2x + 2), \quad [0; 3]$</p> <p>2 $y = (2x - 1) : (x - 1)^2, \quad [-0,5; 0]$</p> <p>3 $y = \ln(x^2 - 2x + 4), \quad [-1; 1,5]$</p> <p>4 $y = x^3 : (x^2 - x + 1), \quad [-1; 1]$</p> | <p>7 $y = 3x : (x^2 + 1), \quad [0; 5]$</p> <p>8 $y = (x + 2) \cdot e^{1-x}, \quad [-2; 2]$</p> <p>9 $y = ((x + 1) : x)^3, \quad [1; 2]$</p> <p>10 $y = \sqrt{x - x^3}, \quad [-2; -1]$</p> |
|---|---|

5	$y = (x^3 + 4) : x^2,$	[1; 2]	11	$y = 4 - e^{-x^2},$	[0; 1]
6	$y = (x - 2) \cdot e^x,$	[-2; 1]	12	$y = x \cdot e^x,$	[-2; 0]
13	$y = x : (9 - x^2),$	[-2; 2]	22	$y = (x - 1) \cdot e^{-x},$	[0; 3]
14	$y = (1 + \ln x) : x,$	$[e^{-1}; e]$	23	$y = e^{4x - x^2},$	[1; 3]
15	$y = (x^5 - 8) : x^4,$	[-3; -1]	24	$y = x \cdot \ln x,$	$[e^{-2}; 1]$
16	$y = (e^{2x} + 1) : e^x,$	[-1; 2]	25	$y = x^3 \cdot e^{x+1},$	[-4; 0]
17	$y = x^2 - 2x + 2 \cdot (x - 1)^{-1},$	$[\frac{3}{2}; 4]$	26	$y = (x + 1) \sqrt[3]{x^2},$	[-4/5; 3]
18	$y = 3x^4 - 16x^3 + 2,$	[-3; 1]	27	$y = \ln x : x,$	[1; 4]
19	$y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1,$	[-1; 2]	28	$y = (3 - x) \cdot e^{-x},$	[0; 5]
20	$y = \sqrt{3}/2 + \cos x,$	$[0; \frac{\pi}{2}]$	29	$y = 108x - x^4,$	[-1; 4]
21	$y = 0,25 \cdot x^4 - 6x^3 + 7,$	[16; 20]	30	$y = e^{6x - x^2},$	[-3; 3]

20 Провести повне дослідження функцій і побудувати їх графіки

20.1	20.2	20.3
$y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2$	$y = \frac{x^3 - 8}{2x^2}$	$y = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x + 1}$
20.4	20.5	20.6
$y = \frac{x^2 + 1}{2x^2}$	$y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$	$y = \frac{(x+3)^2}{x+4}$
20.7	20.8	20.9
$y = \left(\frac{x-3}{x-1}\right)^2$	$y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$	$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 3}$

20.10	20.11	20.12
$y = \frac{2(x-1)^2}{x^2}$	$y = \frac{1-2x^3}{x^2}$	$y = \frac{3x^2-10}{3-2x}$
20.13	20.14	20.15
1) $y = \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$	1) $y = \frac{x^3-32}{x^2}$	1) $y = \frac{x^2-4x+1}{x-4}$
20.16	20.17	20.18
1) $y = \frac{12-3x^2}{x^2+12}$	1) $y = \frac{x^3+2x^2}{(x-1)^2}$	1) $y = \frac{(x+3)^2}{x-4}$
20.19	20.20	20.21
1) $y = \left(\frac{x+1}{x}\right)^2$	1) $y = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}$	1) $y = x-2 + \frac{4}{x-2}$
20.22	20.23	20.24
1) $y = \frac{x^2+x-1}{(x-1)^2}$	1) $y = \frac{x^3-5x}{5-3x^2}$	1) $y = \frac{x^2-3x+3}{x-1}$
20.25	20.26	20.27
1) $y = \left(\frac{x}{x-1}\right)^2$	1) $y = \frac{4x^3-3x}{4x^2-1}$	1) $y = \frac{-x^2-4x+13}{4x+3}$
20.28	20.29	20.30
1) $y = \frac{(x-1)^2}{x^2+1}$	1) $y = \frac{x^3-4x}{3x^2-4}$	1) $y = \frac{x^2-x+1}{x-1}$

ІЗ – 2.21

Побудувати область визначення функції

21.1. $z = x^3y : (3+x^2-y)$

21.3. $z = 3xy : (2x^2-5y)$

21.5. $z = 2 : (6-x^2-y^2)$

21.7. $z = \arccos(x+y)$

21.9. $z = \sqrt{9-x^2-y^2}$

21.11. $z = \sqrt{2x^2-5y^2}$

21.13. $z = \sqrt{xy} : (x^2+y^2)$

21.15. $z = \ln(y^2-x^2)$

21.17. $z = \arccos(x+2y)$

21.19. $z = \ln(8-x^2-y^2)$

21.21. $z = 1 : \sqrt{x^2+y^2-4}$

21.23. $z = \sqrt{3x-2y} : (4+x)$

21.2. $z = \arcsin(x-y)$

21.4. $z = \ln(x^2+y^2-4)$

21.6. $z = \sqrt{2x^2-y^2}$

21.8. $z = 3x+y : (2-x+y)$

21.10. $z = \ln(3-x^2+y^2)$

21.12. $z = 4xy : (x-3y^2+1)$

21.14. $z = \arcsin(x:y)$

21.16. $z = \sqrt{y^2-x^2}$

21.18. $z = \arcsin(2x-y)$

21.20. $z = \sqrt{3-x^2+2y^2}$

21.22. $z = 4x+y : (2x-5y)$

21.24. $z = 7x^3y : \sqrt{x-4y}$

21.25. $z = 5 : (3 - x^2 - y^2)$

21.27. $z = \lg(2x - y + 3)$

21.29. $z = 1 : (2x^2 + 3y^2 - 6)$

21.26. $z = \sqrt[4]{x^2 + 2y^2 - 4}$

21.28. $z = 4xy : (x^2 - y^2)$

21.30. $z = \sqrt{1 - x^2 + y}$

22. Знайти частинні похідні першого та другого порядків.

22.1. $z = \lg(2x - y + 3)$

22.3. $z = 7x^3y : \sqrt{x - 4y}$

22.5. $z = 2 : (6 - x^2 - y^2)$

22.7. $z = \arccos(x + y)$

22.9. $z = \arcsin(2x - y)$

22.11. $z = \sqrt{2x^2 - y^2}$

22.13. $z = \sqrt{xy} : (x^2 + y^2)$

22.15. $z = \ln(y^2 - x^2)$

22.17. $z = \arccos(x + 2y)$

22.19. $z = \ln(8 - x^2 - y^2)$

22.21. $z = 1 : \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

22.23. $z = \sqrt{3x - 2y} : (4 + x)$

22.25. $z = 5 : (3 - x^2 - y^2)$

22.27. $z = 3xy : (2x^2 - 5y)$

22.29. $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$

22.2. $z = \arcsin(x - y)$

22.4. $z = \sqrt{1 - x^2 + y}$

22.6. $z = \ln(x^2 + y^2 - 4)$

22.8. $z = 3x + y : (2 - x + y)$

22.10. $z = \ln(3 - x^2 + y^2)$

22.12. $z = 4xy : (x - 3y^2 + 1)$

22.14. $z = \arcsin(x : y)$

22.16. $z = x^3y : (3 + x^2 - y)$

22.18. $z = \sqrt{2x^2 - 5y^2}$

22.20. $z = \sqrt{3 - x^2 + 2y^2}$

22.22. $z = 4x + y : (2x - 5y)$

22.24. $z = \sqrt{y^2 - x^2}$

22.26. $z = \sqrt[4]{x^2 + 2y^2 - 4}$

22.28. $z = 4xy : (x^2 - y^2)$

22.30. $z = 1 : (2x^2 + 3y^2 - 6)$

23

Дослідити на екстремум наступні функції

1. $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$	16. $z = xy - 3x^2 - 2y^2$
2. $z = y \cdot \sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$	17. $z = (x - 1)^2 + 2y^2$
3. $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$	18. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$
4. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$	19. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$
5. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$	20. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$
6. $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$	21. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$
7. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$	22. $z = xy(6 - x - y)$
8. $z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10$	23. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$
9. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$	24. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$
10. $z = (x - 5)^2 + y^2 + 1$	25. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$
11. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$	26. $z = 2(x + y) - x^2 - y^2 - 2$
12. $z = xy - x^2 - y^2 + 9$	27. $z = xy(12 - x - y)$
13. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$	28. $z = x^3 + y^3 - 3xy$
14. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$	29. $z = x^2 + 3(y + 2)^2 + 1$
15. $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$	30. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$