

ІЗ – 1.14.

14. Маємо координати вершин піраміди  $A, B, C$  і  $D$ . Знайти:

- |   |  |
|---|--|
| 1) довжину ребра $AD$ ;   | 2) кут між двома ребрами $AB$ і $AD$ ; |
| 3) кут між ребром $AD$ і гранню $ABC$ ,<br>якій воно не належить; | 4) площу грані $ABC$ ;                 |
| 5) об'єм піраміди $ABCD$ ;  | 6) рівняння ребра $BC$ ;               |
| 7) рівняння грані $BCD$ ;   | 8) рівняння висоти $DO$<br>піраміди.   |

$B \bullet$	A	B	C	D
1	(3, 1, 4)	(-1, 6, 1)	(-1, 1, 6)	(0, 4, -1)
2	(3, -1, 2)	(-1, 0, 1)	(1, 7, 3)	(8, 5, 8)
3	(3, 5, 4)	(5, 8, 3)	(1, 2, -2)	(-1, 0, 2)
4	(2, 4, 3)	(1, 1, 5)	(4, 9, 3)	(3, 6, 7)
5	(9, 5, 5)	(-3, 7, 1)	(5, 7, 8)	(6, 9, 2)
6	(0, 7, 1)	(2, -1, 5)	(1, 6, 3)	(3, -9, 8)
7	(5, 5, 4)	(1, -1, 4)	(3, 5, 1)	(5, 8, -1)
8	(6, 1, 1)	(4, 6, 6)	(4, 2, 0)	(1, 2, 6)
9	(7, 5, 3)	(9, 4, 4)	(4, 5, 7)	(7, 9, 6)
10	(6, 8, 2)	(5, 4, 7)	(2, 4, 7)	(7, 3, 7)
11	(4, 2, 5)	(0, 7, 1)	(0, 2, 7)	(1, 5, 0)
12	(4, 4, 10)	(7, 10, 2)	(2, 8, 4)	(9, 6, 9)
13	(4, 6, 5)	(6, 9, 4)	(2, 10, 10)	(7, 5, 9)
14	(3, 5, 4)	(8, 7, 4)	(5, 10, 4)	(4, 7, 8)
15	(10, 9, 6)	(2, 8, 2)	(9, 8, 9)	(7, 10, 3)
16	(1, 8, 2)	(5, 2, 6)	(5, 7, 4)	(4, 10, 9)
17	(6, 6, 5)	(4, 9, 5)	(4, 6, 11)	(6, 9, 3)
18	(7, 2, 2)	(-5, 7, -7)	(5, -3, 1)	(2, 3, 7)
19	(8, -6, 4)	(10, 5, -5)	(5, 6, 8)	(8, 10, 7)
20	(1, -1, 3)	(6, 5, 8)	(3, 5, 8)	(8, 4, 1)
21	(1, -2, 7)	(4, 2, 10)	(2, 3, 5)	(5, 3, 7)
22	(4, 2, 10)	(1, 2, 0)	(3, 5, 7)	(2, -3, 5)
23	(2, 3, 5)	(5, 3, -7)	(1, 2, 7)	(4, 2, 0)
24	(5, 3, 7)	(-2, 3, 5)	(4, 2, 10)	(1, 2, 7)
25	(4, 3, 5)	(1, 9, 7)	(0, 2, 0)	(5, 3, 10)
26	(3, 2, 5)	(4, 0, 6)	(2, 6, 5)	(6, 4, -1)
27	(2, 1, 6)	(1, 4, 9)	(2, -5, 8)	(5, 4, 2)
28	(2, 1, 7)	(3, 3, 6)	(2, -3, 9)	(1, 2, 5)
29	(2, -1, 7)	(6, 3, 1)	(3, 2, 8)	(2, -3, 7)
30	(0, 4, 5)	(3, -2, 1)	(4, 5, 6)	(3, 3, 2)

ІЗ – 1.15.

Розв'язати задачі.

15.1. Скласти рівняння площини, яка проходить через дві паралельні прямі:  $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$  і  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$ .

15.2. Скласти рівняння площини, якій належить вісь  $Ox$  і точка  $A(1, 2, -3)$ .

15.3. Скласти рівняння площини «у відрізках», якщо вона проходить через точку  $M(3, -5, 2)$  і відсікає на вісі  $Ox$  відрізок  $a = -3$ , а на вісі  $Oz$  – відрізок  $c = 2$ .

15.4. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $A(1, 3, -1)$  і пряму  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+1}{2}$ .

15.5. Знайти величини відрізків, які відсікає на вісях координат площина, що проведена через точку  $M(4, -2, 1)$  паралельно площині  $x - 4y + 5z - 1 = 0$ .

15.6. Скласти рівняння площини, яка проходить через середину відрізка  $M_1M_2$ , перпендикулярно цьому відрізку, якщо  $M_1(3, 0, 6)$ ,  $M_2(-2, 5, 16)$ .

15.7. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $A(1, 6, -3)$  паралельно двом векторам  $\vec{a} = (2, 1, -2)$  і  $\vec{b} = (1, -5, 7)$ .

15.8. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки  $A(3, 1, 0)$  і  $B(2, 2, -2)$  перпендикулярно до площини  $5x + 2y + 3z - 7 = 0$ .

15.9. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $M(1, 0, -1)$ , і пряму  $\{x = t - 3, y = 2t + 5, z = -3t + 1\}$ .

15.10. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки  $A(0, 1, 2)$  і  $B(5, 1, 1)$  паралельно вектору  $\vec{a} = (5, -2, -1)$ .

15.11. Визначити при якому значенні  $B$  площини  $x - 4y + z - 1 = 0$  і  $2x + By + 10z - 3 = 0$  будуть перпендикулярні.

15.12. При яких значеннях  $A$  і  $n$  пряма  $x : 3 = (y - 5) : n = (z + 5) : 6$  перпендикулярна до площини  $Ax + 2y - 2z - 7 = 0$ ?

15.13. Скласти рівняння площини, яка проходить через початок координат перпендикулярно до вектора  $\overline{AB}$ , якщо  $A(2, -6, 3)$ ,  $B(0, -1, 4)$ .

15.14. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $M(1, -1, 2)$ , перпендикулярно відрізку  $M_1M_2$ , якщо  $M_1(1, 3, -5)$ ,  $M_2(8, 1, -1)$ .

15.15. Знайти проекцію точки  $M(5, -3, 2)$  на площину  $x - 2y - z - 15 = 0$ .

15.16. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки  $A(1, 0, -1)$  і  $B(1, 1, 7)$  перпендикулярно до площини  $x - 4y + 3z + 2 = 0$ .

15.17. Показати, що пряма  $\frac{x}{6} = \frac{y-3}{8} = \frac{z-1}{-9}$  паралельна площині  $x+3y-2z-1=0$ , а пряма  $\{x=t, y=t-2, z=2t+1\}$  лежить у цій площині.

15.18. Знайти величини відрізків, які відсікає на вісях координат площина, що проведена через точку  $M(-6, 2, 3)$  паралельно площині  $x-4y+5z-1=0$ .

15.19. Знайти відстань від точки  $M(0, 4, -0,5)$  до площини  $4x-4y+2z+17=0$ .

15.20. Скласти рівняння площини, яка проходить через початок координат перпендикулярно до двох площин:  $2x-3y+z-1=0$  і  $x-y+5z+3=0$ .

15.21. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $A(1, 7, 5)$  паралельно площині  $Oxy$ .

15.22. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки  $A(1,1, 4)$ ,  $B(-2, 1, 2)$  паралельно вісі  $Oy$ .

15.23. Знайти величини відрізків, які відсікає на вісях координат площина, що проведена через точку  $M(1, 7, 0)$  паралельно площині  $x-4y+5z-1=0$ .

15.24. Скласти загальне рівняння прямої, утвореної перетином площини  $x-y-7z+9=0$  з площиною, яка проходить через вісь  $Ox$  і точку  $A(1, 1, -3)$ .

15.25. Скласти загальне рівняння площини, яка проходить через точку  $A(0, -2, 1)$  паралельно координатній площині  $Oxy$ .

15.26. З'ясувати, при якому значенні  $C$  площини  $3x-5y+Cz-3=0$  і  $x-3y+3z+5=0$  будуть перпендикулярні.

15.27. Скласти рівняння площини, яка проходить через вісь  $Oy$  і точку  $M(1, -2, 2)$ .

15.28. Скласти рівняння площини, яка проходить через початок координат перпендикулярно до площин:  $x+5y-z+7=0$  і  $3x-y+2z-3=0$ .

15.29. Скласти рівняння площини, яка проходить через точки  $M(3, -1, 2)$ ,  $N(2, 1, 4)$  паралельно вісі  $Oz$ .

15.30. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $M(2, -3, -4)$  і відсікає на вісях координат відрізки однакової величини.

### ІЗ – 1.16.

16 Розв'язати наступні задачі

16.1. Знайти точку перетину прямої  $(x-1):1=(y+1):(-2)=z:6$  з площиною  $2x+3y+z-1=0$ .

16.2. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку  $A(1, -3, 1)$  паралельно прямій  $\begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ 5x + 4y - z - 7 = 0 \end{cases}$ .

16.3. Скласти параметричні рівняння медіани трикутника з вершинами:  $A(1, 3, -5)$ ,  $B(-3, 1, -2)$  і  $C(1, 1, 2)$ , яка проведена з вершини  $C$ .

16.4. Довести паралельність прямих

$$(x-1):6 = (y+2):2 = z:(-1) \text{ і } \begin{cases} x-2y+2z-8=0, \\ x+6z-6=0 \end{cases}.$$

16.5. Скласти рівняння прямої, яка проходить через початок координат паралельно прямій  $\{x = 2t + 5, y = -3t + 1, z = -7t - 4\}$ .

16.6. Довести, що пряма  $(x-1):2 = (y+1):3 = (z-1):6$  перпендикулярна до прямої  $\begin{cases} 2x + y - 4z + 2 = 0 \\ 4x - y - 5z + 4 = 0 \end{cases}$ .

16.7. Довести, що пряма  $(x+1):2 = (y+1):(-1) = (z-3):3$  паралельна площині  $2x + y - z = 0$ , а пряма  $(x-2):2 = y:(-1) = (z-4):3$  лежить у цій площині.

16.8. При яких значеннях  $n$  і  $C$  пряма  $(x-1):n = (y+1):4 = (z-5):(-1)$  перпендикулярна площині  $3x - 2y + Cz + 1 = 0$ ?

16.9. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку  $A(2, -1, 3)$  і утворює з вісями координат кути у  $60^\circ$ ,  $45^\circ$  і  $120^\circ$  відповідно.

16.10. При яких значеннях  $A$  і  $B$  площина  $Ax + By + 6z - 7 = 0$  перпендикулярна до прямої  $(x-2):2 = (y+5):(-4) = (z+1):3$ ?

16.11. Знайти проекцію точки  $A(4, 3, -3)$  на площину  $x + 2y + 3z - 30 = 0$ .

16.12. При якому значенні  $n$  пряма  $(x+2):3 = (y+1):n = z:1$  буде паралельна прямій  $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ .

16.13. Показати, що пряма  $x:6 = (y-3):(-8) = (z-1):(-9)$  паралельна площині  $x + 3y - 2z + 1 = 0$ , а пряма  $(x=t+7, y=t-2, z=2t+1)$  лежить у цій площині.

16.14. При якому значенні  $C$  площини:  $3x - 5y + Cz - 3 = 0$  і  $x + 3y + 2z + 5 = 0$  будуть перпендикулярні?

16.15. Скласти рівняння площини, яка проходить через вісь  $Oz$  і точку  $A(0, 2, -4)$ .

16.16. При якому значенні  $A$  площина  $Ax + 3y - 5z + 1 = 0$  паралельна прямій  $(x-1):4 = (y+2):3 = z:1$ ?

16.17. Перевірити, чи належать точки  $A(0, 0, 2)$ ,  $B(4, 2, 5)$  і  $C(12, 6, 11)$  одній прямій.

16.18. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $A(1, 5, 4)$  паралельно площині  $Oxz$ .

16.19. Скласти загальні рівняння прямої, утвореної перетином площини  $x + 2y - z + 5 = 0$  і площини, яка проходить через вісь  $O_y$  і точку  $M(1, 5, -2)$ .

16.20. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку  $A(1, -6, 2)$  і перпендикулярна до прямих:  $(x+2):1=(y-3):(-1)=(z+1):1$  і  $(x+4):2=y:1=(z-4):(-3)$ .

16.21. Показати, що прямі  $x:1=(y-1):(-2)=z:3$  і  $\{3x+y-5z+1=0, 2x+3y-8z+3=0\}$  перпендикулярні.

16.22. Скласти рівняння площини, яка проходить через точку  $A(1, 1, 4)$  паралельно двом векторам  $\vec{a}=(1, 2, 5)$  і  $\vec{b}=(1, 2, 2)$ .

16.23. При якому значенні  $D$  пряма  $\left\{ \begin{array}{l} 3x - y + 2z - 6 = 0, \\ x + 4y - z + D = 0 \end{array} \right\}$  перетинає вісь  $Oz$ .

16.24. Скласти канонічне рівняння прямої, яка проходить через точку  $A(2, 2, 2)$  перпендикулярно до прямих  $x:2=(y-2):3=(z+1):(-1)$  і  $\{x=3t+1, y=-t-25, z=2t+3\}$ .

16.25. При якому значенні  $p$  прямі:  $\{x=2t+5, y=-t+2, z=pt-7\}$  і  $\left\{ \begin{array}{l} x+3y+z+2=0, \\ x-y-3z-2=0 \end{array} \right\}$  паралельні?

16.26. Знайти точку перетину прямої  $(x-7):5=(y-1):1=(z-5):4$  і площини  $3x-y+2z-8=0$ .

16.27. Знайти точку, яка симетрична точці  $A(2, 2, 1)$  відносно прямої  $(x-1):2=(y-2):4=(z-3):5$ .

16.28. При яких значеннях  $B$  і  $D$  пряма  $\left\{ \begin{array}{l} x-2y+z-9=0, \\ 3x+By+z+D=0 \end{array} \right\}$  лежить у площині  $Oxy$ ?

16.29. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку  $A(1, 1, 3)$  паралельно вісі  $Ox$ .

16.30. Скласти рівняння прямої, яка проходить через точку  $A(1, -3, 5)$  перпендикулярно до прямої  $(x+1):2=y:(-1)=(z-2):3$ .