

ТЕМА. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ

ІЗ – 1.9

9) Дани вершини A , B , C трикутника. Побудувати цей трикутник.

Знайти:

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1) довжину сторони AB ; | 2) рівняння сторони BC ; |
| 3) площу трикутника ABC ; | 4) кут A трикутника ABC ; |
| 5) рівняння висоти BH ; | 6) довжину висоти BH ; |
| 7) рівняння медіани BK ; | |

$B \bullet$	A	B	C	$B \bullet$	A	B	C
1	(-2, 4)	(3, 1)	(10, 7)	16	(-3, -2)	(14, 4)	(6, 8)
2	(1, 7)	(-3, -1)	(11, -3)	17	(1, 0)	(-1, 4)	(9, 5)
3	(1, -2)	(7, 1)	(3, 7)	18	(-2, -3)	(1, 6)	(6, 1)
4	(-4, 2)	(-6, 6)	(6, 2)	19	(4, -3)	(7, 3)	(1, 10)
5	(4, -4)	(8, 2)	(3, 8)	20	(-3, -3)	(5, -7)	(7, 7)
6	(1, -6)	(3, 4)	(-3, 3)	21	(-4, 2)	(8, -6)	(2, 6)
7	(-5, 2)	(0, -4)	(5, 7)	22	(4, -4)	(6, 2)	(-1, 8)
8	(-3, 8)	(-6, 2)	(0, -5)	23	(6, -9)	(10, -1)	(-4, 1)
9	(4, 1)	(-3, -1)	(7, -3)	24	(-4, 2)	(6, -4)	(4, 10)
10	(3, -1)	(11, 3)	(-6, 2)	25	(-7, -2)	(-7, 4)	(5, -5)
11	(-1, -4)	(9, 6)	(-5, 4)	26	(10, -2)	(4, -5)	(-3, 1)
12	(-3, -1)	(-4, -5)	(8, 1)	27	(-2, -6)	(-3, 5)	(4, 0)
13	(-7, -2)	(3, -8)	(-4, 6)	28	(0, 2)	(-7, -4)	(3, 2)
14	(7, 0)	(1, 4)	(-8, -4)	29	(1, -3)	(0, 7)	(-2, 4)
15	(-5, 1)	(8, -2)	(1, 4)	30	(2, 5)	(-3, 1)	(0, 4)

ІЗ – 1.10

10) Розв'язати наступні задачі

10.1. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку перетину прямих $3x - 2y - 7 = 0$ і $x + 3y - 6 = 0$, відсікаючи на вісі абсцис відрізок, який дорівнює чотирьом.

10.2. Знайти проекцію точки $A(-6, 10)$ на пряму, яка проходить через точки $B(0, -6)$ і $C(-5, 2)$.

10.3. Дани дві вершини трикутника ABC : $A(-1, 1)$, $B(3, -10)$ і точка $M(1, 4)$ перетину його висот. Знайти координати вершини C .

10.4. Знайти рівняння прямої, яка відсікає на вісі ординат відрізок у три одиниці довжини і паралельна прямій $2y - x = 3$.

10.5. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(1, -5)$ і точку перетину прямих $2x - y = 5$ і $x + y = 1$.

10.6. Довести, що чотирикутник $ABCD$ – трапеція, якщо $A(3, 6)$, $B(5, 2)$, $C(-1, -3)$ і $D(-5, 5)$.

10.7. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(4, 0)$ перпендикулярно до прямої BC , якщо $B(1, 7)$ і $C(4, -2)$.

10.8. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $A(-1, 0)$ паралельно прямій MP , якщо $M(-6, -4)$ і $P(0, 5)$.

10.9. Знайти координати точки, яка симетрична точці $M(2, -3)$ відносно прямої $x - 2y + 3 = 0$.

10.10. Знайти точку перетину діагоналей чотирикутника $ABCD$, якщо $A(-1, -3)$, $B(3, 5)$, $C(5, 2)$ і $D(3, -5)$.

10.11. Знайти точку перетину прямих $6x - 4y + 5 = 0$, $2x + 5y + 8 = 0$ і рівняння прямої паралельної вісі абсцис, якій належить ця точка.

10.12. У $\triangle ABC$ відомі відповідно: рівняння сторони AB $4x + y = 6$, висоти BH $5x - 4y = 12$ і висоти AM $x + y = 6$. Знайти рівняння двох других сторін.

10.13. Відомі дві вершини $\triangle ABC$: $A(-6, 5)$, $B(2, -3)$ і точка перетину його висот $H(-1, 3)$. Знайти координати точки M перетину сторони AC і висоти BH .

10.14. Відомі точки: $A(-2, 7)$, $B(6, 5)$, $C(-6, -2)$ і $D(2, -4)$. Довести, що прямі AB і CD паралельні.

10.15. Обчислити координати точки перетину перпендикулярів, які проведені через середини сторін трикутника з вершинами: $A(1, 1)$, $B(0, -5)$, $C(1, -7)$.

10.16. Скласти рівняння висоти, яка проходить через вершину A трикутника ABC , якщо відомі рівняння його сторін: $-2x - y - 3 = 0$; $-x + 5y - 7 = 0$; $-3x - 2y + 13 = 0$.

10.17. Даний трикутник з вершинами: $A(5, -1)$, $B(-3, -2)$ і $C(1, -1)$. Знайти рівняння і довжину його медіани CM .

10.18. Скласти рівняння прямої, яка проходить через початок координат і точку перетину прямих: $2x + 5y - 8 = 0$ і $2x + 3y + 4 = 0$.

10.19. Знайти рівняння перпендикулярів до прямої $3x + 5y - 15 = 0$, які проведені через точки перетину цієї прямої з осями координат.

10.20. Відомі рівняння сторін чотирикутника: $x - y = 0$; $x + 3y = 0$; $x - y - 4 = 0$ і $3x + y - 12 = 0$. Знайти рівняння його діагоналей.

10.21. Знайти точку перетину медіани CM і висоти BK в $\triangle ABC$, якщо $A(2, 7)$, $B(-3, 1)$, $C(-4, 5)$.

10.22. Через точку $P(1, 2)$ проведена пряма: а) яка відсікає рівні відрізки на вісях координат; б) паралельна вісі Ox ; в) паралельна вісі Oy . Вказати відповідні рівняння прямої

10.23. Записати рівняння прямої, яка проходить через точку $A(5, -3)$ і утворює з віссю Ox кут: а) 45° ; б) 90° ; в) 0° .

10.24. Яку ординату має точка C , що лежить на одній прямій з точками $A(-5, 1)$ і $B(-2, -4)$ і яка має абсцису, що дорівнює трьом?

10.25. Через точку перетину прямих $2x - 5y - 1 = 0$ і $x + 4y - 7 = 0$ провести пряму, яка ділить відрізок між точками $A(1, 7)$ і $B(3, 2)$ у відношенні $\lambda = 2 : 3$.

10.26. Відомі рівняння двох сторін ромба $2x - 5y - 1 = 0$ і $2x - 5y - 34 = 0$ і рівняння однієї з його діагоналей $x + 3y - 6 = 0$. Знайти рівняння другої діагоналі.

10.27. Знайти точку E перетину висот у трикутнику ABC , якщо $A(5, 7)$, $B(-1, 3)$, $C(2, -1)$.

10.28. Записати рівняння прямих, які проходять через точку $A(-5, 3)$ під кутом 45° до прямої $2x + 3y = 6$.

10.29. Відомі рівняння висот $\triangle ABC$: $2x - 3y + 1 = 0$, $x + 2y + 1 = 0$ і координати його вершини $A(1, 7)$. Знайти рівняння його сторін: AB і AC .

10.30. Дани рівняння двох сторін паралелограма: $x - 2y = 0$; $x - y - 1 = 0$ і точка перетину його діагоналей $M(2, -3)$. Знайти рівняння двох інших сторін.

ІЗ – 1.11

11. Скласти канонічні рівняння: а) еліпса; б) гіперболи; в) параболи. Тут: A, B – точки, які лежать на кривій; F – фокус; a – більша (дійсна) піввісь; b – менша (уявна) піввісь; ε – ексцентриситет; k – кутовий коефіцієнт у рівнянні асимптоти гіперболи; D – директриса кривої; $2c$ – міжфокусна відстань; $x = a$ або $y = b$ – рівняння директриси.

$B \bullet$	а)	б)	в)
11.1.	$a = 15; F(7, 0)$	$a = 13; \varepsilon = 14/13$	$D; x = -4$
11.2.	$A(2, 0); B(4, \sqrt{5}/3)$	$A(-1, 3); B(-2, 4\sqrt{5})$	$D: y = 1$
11.3.	$\varepsilon = \sqrt{21}/5; A(-5, 0)$	$A(\sqrt{80}, 3); B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$	$D: x = 5$
11.4.	$b = 2; F(4\sqrt{2}, 0)$	$a = 7; \varepsilon = \sqrt{85}/7$	$D: y = -2$
11.5.	$a = 11; \varepsilon = \sqrt{57}/11$	$k = 2/3; C = 5\sqrt{13}$	$D: x = -2$
11.6.	$b = \sqrt{15}; \varepsilon = \sqrt{10}/5$	$k = 3/4; a = 8$	$D: y = 2$
11.7.	$a = 4; F(3, 0)$	$A(4, -6); B(6, 4\sqrt{6})$	$D: x = 3$
11.8.	$b = 4; F(9, 0)$	$b = 2\sqrt{10}; F(-11, 0)$	$D: y = -4$
11.9.	$A(0, \sqrt{3}); B(\sqrt{14}/3, 1)$	$a = 5; \varepsilon = 7/5$	$D: x = -1$
11.10.	$A(4, -2); B(2, \sqrt{7})$	$\varepsilon = 8/7; A(-7, 0)$	$D: y = 4$
11.11.	$a = 12; \varepsilon = \sqrt{22}/6$	$k = 4/3; c = 5$	$D: x = 4$
11.12.	$b = 2; \varepsilon = 5\sqrt{29}/29$	$A(-4, -3); B(8, 9)$	$D: y = -1$
11.13.	$b = 7; F = (5, 0)$	$k = 12/13; a = 13$	$D: x = -3$
11.14.	$a = 6; F = (-4, 0)$	$b = 3; F = (7, 0)$	$D: y = 3$
11.15.	$A(-\sqrt{17}/3, 1/3),$ $B(\sqrt{21}/2, 1/2)$	$a = 11; \varepsilon = 12/11$	$D: x = 2$
11.16.	$\varepsilon = 3/5; A(0, 8)$	$A(\sqrt{6}, 0); B(-2\sqrt{2}, 1)$	$D: y = -3$
11.17.	$a = 11; \varepsilon = 10/11$	$A(8, 12); B(-6, 2\sqrt{15})$	$D: x = -5$

11.18.	$b = 5; \varepsilon = 12/13$	$k = \sqrt{11}/5; c = 6$	$D: y = 5$
11.19.	$a = 9; F(7, 0)$	$b = 6; F(12, 0)$	$D: x = 1$
11.20.	$b = 5; F(-10, 0)$	$a = 9; \varepsilon = 4/3$	$D: y = -5$
11.21.	$A(0, -2); B(\sqrt{15}/2, 1)$	$k = \sqrt{29}/14; c = 15$	$D: x = -1/4$
11.22.	$\varepsilon = 2/3; A(-6, 0)$	$A(8, 6); B(10, -3\sqrt{10})$	$D: y = 1/4$
11.23.	$a = 25; \varepsilon = 3/5$	$A(\sqrt{2}, 0); B(\sqrt{20}/3, 2)$	$D: x = 1/2$
11.24.	$b = 2\sqrt{15}; \varepsilon = 7/8$	$k = 5/6; a = 6$	$D: y = -1/3$
11.25.	$a = 13; F(-5, 0)$	$b = 4; F(-7, 0)$	$D: x = -1/2$
11.26.	$b = 7; F(13, 0)$	$A(\sqrt{32}/3, 1); B(\sqrt{8}, 0)$	$D: y = 1/3$
11.27.	$A(-3; 0); B(1, \sqrt{40}/3)$	$A(10, -3\sqrt{3}); k = 3/5$	$D: x = 1/3$
11.28.	$\varepsilon = 5/6; A(0, -\sqrt{11})$	$b = 4; F(-11, 0)$	$D: y = -1/2$
11.29.	$a = 15; \varepsilon = 15/17$	$k = \sqrt{17}/8; c = 9$	$D: x = -1/3$
11.30.	$b = 2\sqrt{2}; \varepsilon = 7/9$	$k = \sqrt{2}/2; a = 6$	$D: y = 1/2$

ІЗ – 1.12

12] Записати рівняння кола, яке проходить через зазначені точки і має центр у точці A . Зробити рисунок

12.1. Вершини гіперболи $12x^2 - 13y^2 = 156$, $A(0, -2)$.

12.2. Вершини гіперболи $4x^2 - 9y^2 = 36$, $A(0, 4)$.

12.3. Фокуси гіперболи $25x^2 - 24y^2 = 600$, $A(0, -8)$.

12.4. $B(-2, 5)$, A – вершина параболи $x^2 = 3y$.

12.5. Фокуси еліпса $9x^2 + 25y^2 = 225$, $A(0, 6)$.

12.6. Фокуси еліпса $3x^2 + 4y^2 = 12$, A – його верхня вершина.

12.7. Фокус гіперболи $3x^2 - 4y^2 = 12$, $A(0, -3)$.

12.8. Вершини гіперболи $x^2 - 16y^2 = 64$, $A(0, -2)$.

12.9. Фокуси гіперболи $4x^2 - 5y^2 = 80$, $A(0, -4)$.

12.10. $B(1, 2)$, A – вершина параболи $y^2 = -3x$.

12.11. Фокус еліпса $33x^2 + 49y^2 = 1617$, $A(0, 7)$.

12.12. Фокус гіперболи $3x^2 - 5y^2 = 30$, $A(0, 6)$.

- 12.13. Фокуси еліпса $16x^2 + 41y^2 = 656$, A – його верхня частина.
- 12.14. Вершини гіперболи $2x^2 - 9y^2 = 18$, $A(0, 4)$.
- 12.15. Фокуси гіперболи $5x^2 - 11y^2 = 55$, $A(0, 5)$.
- 12.16. $B(1, 4)$, A – вершина параболи $x^2 = -2y$.
- 12.17. Фокус еліпса $3x^2 + 7y^2 = 21$, $A(-1, -3)$.
- 12.18. Вершина гіперболи $5x^2 - 9y^2 = 45$, $A(0, -6)$.
- 12.19. Фокуси еліпса $24x^2 + 25y^2 = 600$, A – його верхня вершина.
- 12.20. Вершина гіперболи $3x^2 - 16y^2 = 48$, $A(1, 3)$.
- 12.21. Фокус гіперболи $7x^2 - 9y^2 = 63$, $A(-1, -2)$.
- 12.22. $B(2, -5)$, A – вершина параболи $y^2 = 2x$.
- 12.23. Фокус еліпса $x^2 + 4y^2 = 12$, $A(2, -7)$.
- 12.24. Вершина гіперболи $40x^2 - 81y^2 = 3240$, $A(-2, 5)$.
- 12.25. Фокуси еліпса $x^2 + 10y^2 = 90$, A – його нижня вершина.
- 12.26. Вершина гіперболи $3x^2 - 25y^2 = 75$, $A(-5, -2)$.
- 12.27. Фокуси гіперболи $4x^2 - 5y^2 = 20$, $A(0, -6)$.
- 12.28. $B(3, 4)$, A – вершина параболи $x^2 = -4y$.
- 12.29. Фокус еліпса $13x^2 + 49y^2 = 637$, $A(1, 8)$.
- 12.30. Фокус гіперболи $57x^2 - 64y^2 = 3648$, $A(2, 8)$.

ІЗ – 1.13

11 Скласти рівняння лінії, кожна точка M якої відповідає заданим умовам. Зробити рисунок

13.1. Відстоїть від прямої $x = -6$ на відстані, у два рази більшій, ніж від точки $A(1, 3)$.

13.2. Відстоїть від точки $A(1, 0)$ на відстані, в п'ять разів меншій, ніж від прямої $x = 8$.

13.3. Відстоїть від точки $A(4, 1)$ на відстані, в чотири рази більшій, ніж від точки $B(-2, -1)$.

13.4. Відстоїть від прямої $x = -5$ на відстані, у три рази більшій, ніж від точки $A(6, 1)$.

13.5. Відстоїть від прямої $y = 7$ на відстані, в п'ять разів більшій, ніж від точки $A(4, -3)$.

13.6. Відстоїть від прямої $x = 8$ на відстані, у два рази більшій, ніж від точки $A(-1, 7)$.

13.7. Відношення відстаней від точки M до точок $A(-3, 5)$ і $B(4, 2)$ дорівнює $\frac{1}{3}$.

13.8. Сума квадратів відстаней від точки M до точок $A(4, 0)$ і $B(-2, 2)$ дорівнює 28.

13.9. Сума квадратів відстаней від точки M до очок $A(-5, -1)$ і $B(3, 2)$ дорівнює 40,5.

13.10. Відстоїть від прямої $x = -2$ на відстані, у два рази більшій, ніж від точки $A(4, 0)$.

13.11. Відстоїть від точки $A(2, 1)$ на відстані, у три рази більшій, ніж від прямої $x = -5$.

13.12. Відстоїть від прямої $y = -2$ на відстані, у три рази більшій, ніж від точки $A(5, 0)$.

13.13. Відношення відстаней від точки M до точок $A(2, 3)$ і $B(-1, 2)$ дорівнює $\frac{3}{4}$.

13.14. Сума квадратів відстаней від точки M до точок $A(-3, 3)$ і $B(4, 1)$ дорівнює 31.

11.15. Відстоїть від точки $A(-3, 3)$ на відстані, у три рази більшій, ніж від точки $B(5, 1)$.

13.16. Відстоїть від прямої $x = 9$ на відстані, в чотири рази меншій, ніж від точки $A(-1, 2)$.

13.17. Відношення відстаней від точки M до точок $A(3, -2)$ і $B(4, 6)$ дорівнює $\frac{3}{5}$.

13.18. Відстоїть від точки $A(4, -2)$ на відстані, в два рази меншій, ніж від точки $B(1, 6)$.

13.19. Відстоїть від точки $A(3, -4)$ на відстані, в два рази більшій, ніж від прямої $x = 5$.

13.20. Сума квадратів відстаней від точки M до точок $A(-5, 3)$ і $B(2, 1)$ дорівнює 31.

13.21. Відстоїть від прямої $x = 14$ на відстані, у два рази меншій, ніж від точки $A(2, 3)$.

13.22. Відстоїть від прямої $x = 2$ на відстані, в п'ять разів більшій, ніж від точки $B(-2, 1)$.

13.23. Відстоїть від прямої $x = -7$ на відстані, в три рази меншій, ніж від точки $A(3, 1)$.

13.24. Відношення відстаней від точки M до точок $A(3, -5)$ і $B(4, 1)$ дорівнює $\frac{1}{4}$.

13.25. Відстоїть від точки $A(1, 4)$ на відстані, у три рази більшій, ніж від прямої $x = -7$.

11.26. Сума квадратів відстаней від точки M до точок $A(-1, 2)$ і $B(3, -1)$ дорівнює 18,5.

13.27. Відношення відстаней від точки M до точок $A(2, -4)$ і $B(3, 5)$ дорівнює $\frac{2}{3}$.

13.28. Відстоїть від точки $A(0, -5)$ на відстані, в два рази меншій, ніж від прямої $x = 3$.

13.29. Відстоїть від точки $A(5, 7)$ на відстані, в чотири рази більшій, ніж від точки $B(-2, 1)$.

13.30. Відстоїть від точки $A(1, 5)$ на відстані, в чотири рази меншій, ніж від прямої $x = -1$.