

## ТЕМА ВЕКТОРНА АЛГЕБРА

ІЗ – 1.5

- 5 За даними координатами точок  $A$ ,  $B$  і  $C$  для зазначених векторів знайти:  
 а) модуль (довжину) вектора  $\vec{a}$ ; б) скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ;  
 в) проекцію вектора  $\vec{c}$  на вектор  $\vec{d}$

$B \bullet$	$A$	$B$	$C$	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{d}$
1	(5, 4, 4)	(-5, 2, 3)	(4, 2, -5)	$11\vec{AC} - 6\vec{AB}$	$\vec{BC}$	$\vec{AB}$	$\vec{AC}$
2	(6, 5, -4)	(-5, 2, 2)	(3, 3, 2)	$6\vec{AB} - 3\vec{CB}$	$\vec{AC}$	$\vec{AC}$	$\vec{CB}$
3	(2, 4, 3)	(3, 1, -4)	(-1, 2, 2)	$2\vec{BA} + 4\vec{AC}$	$\vec{BA}$	$\vec{BA}$	$\vec{AB}$
4	(-2, -3, -4)	(2, -4, 0)	(1, 4, 5)	$4\vec{AC} - 8\vec{BC}$	$\vec{AB}$	$\vec{AB}$	$\vec{BC}$
5	(2, 4, 6)	(-3, 5, 1)	(4, -5, -4)	$-6\vec{BC} + 2\vec{BA}$	$\vec{CA}$	$\vec{CA}$	$\vec{BA}$
6	(-5, 4, 3)	(4, 5, 2)	(2, 7, -4)	$3\vec{BC} + 2\vec{AB}$	$\vec{CA}$	$\vec{CA}$	$\vec{AB}$
7	(3, 5, 4)	(4, 2, -3)	(-2, 4, 7)	$3\vec{BA} - 4\vec{AC}$	$\vec{AB}$	$\vec{BA}$	$\vec{AC}$
8	(-2, 3, -4)	(3, -1, 2)	(4, 2, 4)	$7\vec{AC} + 4\vec{CB}$	$\vec{AB}$	$\vec{AB}$	$\vec{CB}$
9	(3, 4, 1)	(5, -2, 6)	(4, 2, -7)	$-7\vec{AC} + 5\vec{AB}$	$\vec{BC}$	$\vec{BC}$	$\vec{AC}$
10	(4, 6, 7)	(2, -4, 1)	(-3, -4, 2)	$5\vec{AB} - 2\vec{AC}$	$\vec{BC}$	$\vec{BC}$	$\vec{AB}$
11	(1, 3, 2)	(-2, 4, -1)	(1, 3, -2)	$2\vec{AB} + 5\vec{CB}$	$\vec{AC}$	$\vec{AC}$	$\vec{AB}$
12	(10, 6, 3)	(-2, 4, 5)	(3, -4, -6)	$5\vec{AC} - 2\vec{CB}$	$\vec{BA}$	$\vec{BA}$	$\vec{AC}$
13	(3, 4, 6)	(-4, 6, 4)	(5, -2, -3)	$-7\vec{BC} + 4\vec{CA}$	$\vec{BA}$	$\vec{CA}$	$\vec{BC}$
14	(-3, -5, 6)	(3, 5, -4)	(2, 6, 4)	$4\vec{AC} - 5\vec{BA}$	$\vec{CB}$	$\vec{BA}$	$\vec{AC}$
15	(2, 4, 5)	(1, -2, 3)	(-1, -2, 4)	$3\vec{AB} - 4\vec{AC}$	$\vec{BC}$	$\vec{BC}$	$\vec{AB}$
16	(-2, -3, -2)	(1, 4, 2)	(1, -3, 3)	$2\vec{AC} - 4\vec{BC}$	$\vec{AB}$	$\vec{AB}$	$\vec{AC}$
17	(-4, -2, -5)	(3, 7, 2)	(4, 6, -3)	$9\vec{BA} + 3\vec{BC}$	$\vec{AC}$	$\vec{AC}$	$\vec{BC}$
18	(6, 4, 5)	(-7, 1, 8)	(2, -2, -7)	$5\vec{CB} - 2\vec{AC}$	$\vec{AB}$	$\vec{CB}$	$\vec{AC}$
19	(-2, -2, 4)	(1, 3, -2)	(1, 4, 2)	$2\vec{AC} - 3\vec{BA}$	$\vec{BC}$	$\vec{BC}$	$\vec{AC}$

20	(0, 2, 5)	(2, -3, 4)	(3, 2, -5)	$-3\overline{AB} + 4\overline{CB}$	$\overline{AC}$	$\overline{AC}$	$\overline{AB}$
21	(4, 5, 3)	(-4, 2, 3)	(5, -6, -2)	$9\overline{AB} - 4\overline{BC}$	$\overline{AC}$	$\overline{AC}$	$\overline{AB}$
22	(4, 3, 2)	(-4, -3, 5)	(6, 4, -3)	$8\overline{AC} - 5\overline{BC}$	$\overline{BA}$	$\overline{BA}$	$\overline{AC}$
23	(4, 6, 3)	(-5, 2, 6)	(4, -4, -3)	$4\overline{CB} - \overline{AC}$	$\overline{AB}$	$\overline{CB}$	$\overline{AC}$
24	(2, -4, 3)	(-3, -2, 4)	(0, 0, -2)	$3\overline{AC} - 4\overline{CB}$	$\overline{AB}$	$\overline{AB}$	$\overline{CB}$
25	(3, 2, 4)	(-2, 1, 3)	(2, -2, 1)	$4\overline{BC} - 3\overline{AC}$	$\overline{BA}$	$\overline{AC}$	$\overline{BC}$
26	(-5, -2, -6)	(3, 4, 5)	(2, -5, 4)	$8\overline{AC} - 5\overline{BC}$	$\overline{AB}$	$\overline{AB}$	$\overline{BC}$
27	(1, 3, 2)	(-2, 4, -1)	(1, 3, -2)	$2\overline{AB} + 5\overline{CB}$	$\overline{AC}$	$\overline{AC}$	$\overline{AB}$
28	(-1, -2, 4)	(-1, 3, 5)	(1, 4, 2)	$3\overline{AC} - 7\overline{BC}$	$\overline{AB}$	$\overline{AB}$	$\overline{AC}$
29	(5, 6, 1)	(-2, 4, -1)	(3, -3, 3)	$3\overline{AB} - 4\overline{BC}$	$\overline{AC}$	$\overline{AC}$	$\overline{AB}$
30	(4, 3, -2)	(-3, -1, 4)	(2, 2, 1)	$-5\overline{AC} + 2\overline{CB}$	$\overline{AB}$	$\overline{AC}$	$\overline{CB}$

6 Довести, що вектори  $\overline{a}$ ,  $\overline{b}$  і  $\overline{c}$  утворюють базис. Знайти координати вектора  $\overline{d}$  у цьому базисі

$B \bullet$	$\overline{a} =$	$\overline{b} =$	$\overline{c} =$	$\overline{d} =$
1	(11, 1, 2)	(-3, 3, 4)	(-4, -2, 7)	(-5, 11, -15)
2	(4, 5, 1)	(1, 3, 1)	(-3, -6, 7)	(19, 33, 0)
3	(1, 3, 4)	(-2, 5, 0)	(3, -2, -4)	(13, -5, -4)
4	(5, 3, 1)	(-1, 2, -3)	(3, -4, 2)	(-9, 34, -20)
5	(3, 5, 4)	(-2, 7, -5)	(6, -2, 1)	(6, -9, 22)
6	(3, 1, 2)	(-4, 3, -1)	(2, 3, 4)	(14, 14, 20)
7	(2, -1, 4)	(-3, 0, -2)	(4, 5, -3)	(0, 11, -14)
8	(0, 2, -3)	(4, -3, -2)	(-5, -4, 0)	(-19, -5, -4)
9	(1, 3, 6)	(-3, 4, -5)	(1, -7, 2)	(-2, 17, 5)
10	(1, 2, 3)	(-5, 3, -1)	(-6, 4, 5)	(-4, 11, 20)
11	(-1, 4, 3)	(3, 2, -4)	(-2, -7, 1)	(6, 20, -3)
12	(-3, 0, 1)	(2, 7, -3)	(-4, 3, 5)	(-16, 33, 13)
13	(4, 2, 3)	(-3, 1, -8)	(2, -4, 5)	(-12, 14, -31)

14	(9, 5, 3)	(-3, 2, 1)	(4, -7, 4)	(-10, -13, 8)
15	(1, -3, 1)	(-2, -4, 3)	(0, -2, 3)	(-8, -10, 13)
16	(1, -1, 1)	(-5, -3, 1)	(2, -1, 0)	(-15, -10, 5)
17	(3, 1, -3)	(-2, 4, 1)	(1, -2, 5)	(1, 12, -20)
18	(5, 3, 2)	(2, -5, 1)	(-7, 4, -3)	(36, 1, 15)
19	(3, -1, 2)	(-2, 4, 1)	(4, -5, -1)	(-5, 11, 1)
20	(-1, 1, 2)	(2, -3, -5)	(-6, 3, -1)	(28, -19, -7)
21	(3, -1, 2)	(-2, 3, 1)	(4, -5, -3)	(-3, 2, -3)
22	(7, 2, 1)	(5, 1, -2)	(-3, 4, 5)	(26, 11, 1)
23	(-2, 5, 1)	(3, 2, -7)	(4, -3, 2)	(-4, 22, -13)
24	(5, 4, 1)	(-3, 5, 2)	(2, -1, 3)	(7, 23, 4)
25	(5, 1, 2)	(-2, 1, -3)	(4, -3, 5)	(15, -15, 24)
26	(-2, 1, 3)	(3, -6, 2)	(-5, -3, -1)	(31, -6, 22)
27	(7, 2, 1)	(3, -5, 6)	(-4, 3, -4)	(-1, 18, -16)
28	(5, 7, -2)	(-3, 1, 3)	(1, -4, 6)	(14, 9, -1)
29	(3, 1, 2)	(-7, -2, -4)	(-4, 0, 3)	(16, 6, 15)
30	(6, 1, -3)	(-3, 2, 1)	(-1, -3, 4)	(15, 6, -17)

- 7 Відомі вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ . Необхідно: а) обчислити мішаний добуток трьох векторів і перевірити їх на компланарність; б) знайти модуль векторного добутку двох векторів і перевірити їх на колінарність; в) обчислити скалярний добуток двох векторів і перевірити їх на ортогональність

$B \bullet$	$\vec{a}$	$\vec{b}$	$\vec{c}$	$\vec{x} \cdot \vec{y} \cdot \vec{z}$	$ \vec{m} \times \vec{n} $	$\vec{p} \cdot \vec{g}$
1	(-9, 4, -5)	(1, -2, 4)	(-5, 10, -20)	$-2\vec{a}, 7\vec{b}, 5\vec{c}$	$-6\vec{b}, 7\vec{c}$	$9\vec{a}, 4\vec{c}$
2	(3, -1, 5)	(2, -4, 6)	(1, -2, 3)	$-3\vec{a}, 4\vec{b}, -5\vec{c}$	$6\vec{b}, 3\vec{c}$	$\vec{a}, 4\vec{c}$
3	(-7, 0, 2)	(2, -6, 4)	(1, -3, 2)	$\vec{a}, -2\vec{b}, -7\vec{c}$	$4\vec{b}, 3\vec{c}$	$2\vec{a}, -7\vec{c}$
4	(5, -3, 4)	(2, -4, -2)	(3, 5, -7)	$\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$	$-2\vec{b}, 4\vec{c}$	$-3\vec{a}, 6\vec{c}$
5	(9, -3, 1)	(-3, -15, 21)	(1, -5, 7)	$2\vec{a}, -7\vec{b}, 3\vec{c}$	$-6\vec{a}, 4\vec{c}$	$5\vec{b}, 7\vec{a}$

6	$(-3, -1, -5)$	$(2, -4, 8)$	$(3, 7, -1)$	$2\vec{a}, -\vec{b}, 3\vec{c}$	$-9\vec{a}, 4\vec{c}$	$5\vec{b}, -7\vec{a}$
7	$(3, 4, 1)$	$(1, -2, 7)$	$(3, -6, 21)$	$5\vec{a}, 2\vec{b}, \vec{c}$	$4\vec{b}, 2\vec{c}$	$\vec{a}, \vec{c}$
8	$(-1, 0, 5)$	$(-3, 2, 2)$	$(-2, -4, 1)$	$3\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$	$7\vec{a}, -3\vec{c}$	$2\vec{b}, 3\vec{a}$
9	$(-3, 8, 0)$	$(2, 3, -2)$	$(8, 12, -8)$	$4\vec{a}, -6\vec{b}, 5\vec{c}$	$-7\vec{a}, 9\vec{c}$	$3\vec{b}, -8\vec{c}$
10	$(4, -6, -2)$	$(-2, 3, 1)$	$(3, -5, 7)$	$6\vec{a}, 3\vec{b}, 8\vec{c}$	$-7\vec{b}, 6\vec{a}$	$-5\vec{a}, 4\vec{c}$
11	$(5, -6, -4)$	$(4, 8, -7)$	$(0, 3, -4)$	$5\vec{a}, 3\vec{b}, -4\vec{c}$	$4\vec{b}, \vec{a}$	$7\vec{a}, -2\vec{c}$
12	$(4, -1, 3)$	$(2, 3, -5)$	$(7, 2, 4)$	$7\vec{a}, -4\vec{b}, 2\vec{c}$	$3\vec{a}, 5\vec{c}$	$2\vec{b}, 4\vec{c}$
13	$(-4, -6, 2)$	$(2, 3, -1)$	$(-1, 5, -3)$	$5\vec{a}, 7\vec{b}, 2\vec{c}$	$-4\vec{b}, 11\vec{a}$	$3\vec{a}, -7\vec{c}$
14	$(2, -7, 5)$	$(-1, 2, -6)$	$(3, 2, -4)$	$-3\vec{a}, 6\vec{b}, -\vec{c}$	$5\vec{b}, 3\vec{c}$	$7\vec{a}, -4\vec{b}$
15	$(4, -5, -4)$	$(5, -1, 0)$	$(2, 4, -3)$	$\vec{a}, 7\vec{b}, -2\vec{c}$	$-5\vec{a}, 4\vec{b}$	$8\vec{c}, -3\vec{a}$
16	$(-4, 2, -1)$	$(3, 5, -2)$	$(0, 1, 5)$	$\vec{a}, 6\vec{b}, 3\vec{c}$	$2\vec{b}, \vec{a}$	$\vec{a}, 4\vec{c}$
17	$(-4, 3, -7)$	$(4, 6, -2)$	$(6, 9, -3)$	$-2\vec{a}, \vec{b}, -2\vec{c}$	$4\vec{b}, 7\vec{c}$	$5\vec{a}, -3\vec{b}$
18	$(-2, 4, -3)$	$(5, 1, -2)$	$(7, 4, -1)$	$\vec{a}, -6\vec{b}, 2\vec{c}$	$-8\vec{b}, 5\vec{c}$	$-9\vec{a}, 7\vec{c}$
19	$(-3, 2, 7)$	$(1, 0, -5)$	$(6, 4, -1)$	$-2\vec{a}, \vec{b}, 7\vec{c}$	$5\vec{a}, -2\vec{c}$	$3\vec{b}, \vec{c}$
20	$(2, -4, -2)$	$(7, 3, 0)$	$(3, 5, -7)$	$\vec{a}, 2\vec{b}, 3\vec{c}$	$3\vec{a}, -7\vec{b}$	$\vec{c}, -2\vec{a}$
21	$(6, -4, 6)$	$(9, -6, 9)$	$(1, 0, -8)$	$2\vec{a}, -4\vec{b}, 3\vec{c}$	$3\vec{b}, -9\vec{c}$	$3\vec{a}, -5\vec{c}$
22	$(2, -4, -2)$	$(-9, 0, 2)$	$(3, 5, -7)$	$7\vec{a}, 5\vec{b}, -\vec{c}$	$-5\vec{a}, 4\vec{b}$	$3\vec{b}, -8\vec{c}$
23	$(3, -1, 2)$	$(-1, 5, -4)$	$(6, -2, 4)$	$4\vec{a}, -7\vec{b}, -2\vec{c}$	$6\vec{a}, -4\vec{c}$	$2\vec{a}, 5\vec{b}$
24	$(2, -3, 1)$	$(0, 1, 4)$	$(5, 2, -3)$	$\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$	$3\vec{a}, 2\vec{c}$	$\vec{b}, -4\vec{c}$
25	$(4, 2, -3)$	$(2, 0, 1)$	$(-12, -6, 9)$	$2\vec{a}, 3\vec{b}, \vec{c}$	$4\vec{a}, 3\vec{b}$	$\vec{b}, -4\vec{c}$
26	$(-4, 2, -3)$	$(0, -3, 5)$	$(6, 6, -4)$	$5\vec{a}, -\vec{b}, 3\vec{c}$	$-7\vec{a}, 4\vec{c}$	$3\vec{a}, 9\vec{b}$
27	$(7, -4, -5)$	$(1, -11, 3)$	$(5, 5, 3)$	$3\vec{a}, -7\vec{b}, 2\vec{c}$	$2\vec{b}, 6\vec{c}$	$-4\vec{a}, 5\vec{c}$
28	$(-9, 0, 4)$	$(2, -4, 6)$	$(3, -6, 9)$	$3\vec{a}, -5\vec{b}, -4\vec{c}$	$6\vec{b}, 2\vec{c}$	$-2\vec{a}, 8\vec{c}$
29	$(3, -2, 1)$	$(0, 2, -3)$	$(-3, 2, -1)$	$\vec{a}, -3\vec{b}, 2\vec{c}$	$5\vec{a}, 3\vec{c}$	$-2\vec{a}, 4\vec{b}$
30	$(-5, 2, -2)$	$(7, 0, -5)$	$(2, 3, -2)$	$2\vec{a}, 4\vec{b}, -5\vec{c}$	$-3\vec{b}, 11\vec{c}$	$8\vec{a}, -6\vec{c}$

8

Дани три сили  $\vec{P}$ ,  $\vec{Q}$ ,  $\vec{R}$ , прикладені до точки  $A$ .

Обчислити: а) роботу, яку виконує рівнодійна цих сил, коли точка  $A$ , рухаючись прямолінійно, перемістилась у точку  $B$ ; б) величину моменту рівнодійної цих сил відносно точки  $B$

$B \bullet$	$\vec{P}$	$\vec{Q}$	$\vec{R}$	$A$	$B$
1	(9, -3, 4)	(5, 6, -2)	(-4, -2, 7)	(-5, 4, -2)	(4, 6, -5)
2	(5, -2, 3)	(4, 5, -3)	(-1, -3, 6)	(7, 1, -5)	(2, -3, -6)
3	(3, -5, 4)	(5, 6, -3)	(-7, -1, 8)	(-3, 5, 9)	(5, 6, -3)
4	(-10, 6, 5)	(4, -9, 7)	(5, 3, -3)	(4, -5, 9)	(4, 7, -5)
5	(5, -3, 1)	(4, 2, -6)	(-5, -3, 7)	(-5, 3, 7)	(3, 8, -5)
6	(-5, 8, 4)	(6, -7, 3)	(3, 1, -5)	(2, -4, 7)	(0, 7, 4)
7	(7, -5, 2)	(3, 4, -8)	(-2, -4, 3)	(-3, 2, 0)	(6, 4, -3)
8	(3, -4, 2)	(2, 3, -5)	(-3, -2, 4)	(5, 3, -7)	(4, -1, -4)
9	(4, -2, -5)	(5, 1, -3)	(-6, 2, 5)	(-3, 2, -6)	(4, 5, -3)
10	(7, 3, -4)	(9, -4, 2)	(-6, 1, 4)	(-7, 2, 5)	(4, -2, 11)
11	(9, -4, 4)	(-4, 6, -3)	(3, 4, 2)	(5, -4, 3)	(4, -5, 9)
12	(6, -4, 5)	(-4, 7, 8)	(5, 1, -3)	(-5, -4, 2)	(7, -3, 6)
13	(5, 5, -6)	(7, -6, 6)	(-4, 3, 4)	(-9, 4, 7)	(8, -1, 7)
14	(7, -6, 2)	(-6, 2, -1)	(1, 6, 4)	(3, -6, 1)	(6, -2, 7)
15	(4, -2, 3)	(-2, 5, 6)	(7, 3, -1)	(-3, -2, 5)	(9, -5, 4)
16	(7, 3, -4)	(3, -2, 2)	(-5, 4, 3)	(-5, 0, 4)	(4, -3, 5)
17	(3, -2, 4)	(-4, 4, -3)	(3, 4, 2)	(1, -4, 3)	(4, 0, -2)
18	(2, -1, -3)	(3, 2, -1)	(-4, 1, 3)	(-1, 4, -2)	(2, 3, -1)
19	(4, 5, 1)	(1, 3, -1)	(-3, -6, 7)	(2, -1, 0)	(3, 3, -4)
20	(1, -3, 4)	(-2, 5, 0)	(3, -2, -4)	(1, 1, -3)	(2, 4, -1)
21	(5, 3, 1)	(-1, 2, -3)	(3, -4, 2)	(-1, -3, 5)	(4, 5, -2)
22	(3, -2, 1)	(-4, 3, -1)	(2, 3, 4)	(3, -1, 2)	(-2, 3, 1)
23	(-1, 3, 6)	(-3, 4, -5)	(1, -7, 2)	(4, -5, -3)	(-3, 2, -3)
24	(-3, 0, 1)	(2, 7, -3)	(-4, 3, 5)	(7, 2, 1)	(5, 1, -2)
25	(4, 2, 3)	(-3, 1, -8)	(2, -4, 5)	(-3, 4, 5)	(-2, 5, 1)
26	(1, -3, 1)	(-2, -4, 3)	(0, -2, 3)	(3, 2, -7)	(4, -3, 2)
27	(1, -1, 1)	(-5, -3, 1)	(2, -1, 0)	(5, 4, 1)	(-3, 5, 2)
28	(5, 3, 2)	(2, -5, 1)	(-7, 4, -3)	(2, -1, 3)	(5, 1, 2)
29	(3, -1, 2)	(-2, 4, 1)	(4, -5, -1)	(-2, 1, -3)	(4, -3, 5)
30	(-1, 1, 2)	(2, -3, -5)	(-6, 3, -1)	(-2, 3, -4)	(3, -6, 2)